

Sergio Andres Castaño Giraldo

**ESTUDO DE TÉCNICAS DE SINTONIA DO PREDITOR  
DE SMITH FILTRADO PARA SISTEMAS  
MULTIVARIÁVEIS COM ATRASO**

Dissertação submetida ao Programa  
de Pós-Graduação em Engenharia de  
Automação e Sistemas da Universi-  
dade Federal de Santa Catarina para  
a obtenção do Grau de Mestre em En-  
genharia de Automação e Sistemas.  
Orientador: Prof. Rodolfo César Costa  
Flesch, Dr.  
Coorientador: Prof. Julio Elias Normey  
Rico, Dr.

Florianópolis

2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Castañõ Giraldo, Sergio Andres

Estudo de técnicas de sintonia do preditor de Smith  
filtrado para sistemas multivariáveis com atraso / Sergio  
Andres Castañõ Giraldo ; orientador, Rodolfo César Costa  
Flesh ; coorientador, Julio Elias Normey-Rico. -  
Florianópolis, SC, 2016.  
135 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia de Automação e Sistemas.

Inclui referências

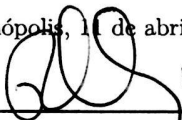
1. Engenharia de Automação e Sistemas. 2. Preditor de  
Smith filtrado. 3. Sistemas com atraso. 4. Robustez. 5.  
Sistemas multivariáveis. I. Costa Flesh, Rodolfo César.  
II. Normey-Rico, Julio Elias. III. Universidade Federal de  
Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de  
Automação e Sistemas. IV. Título.

Sergio Andres Castaño Giraldo

**ESTUDO DE TÉCNICAS DE SINTONIA DO PREDITOR  
DE SMITH FILTRADO PARA SISTEMAS  
MULTIVARIÁVEIS COM ATRASO**

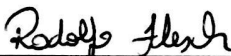
Esta Dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 11 de abril 2016.

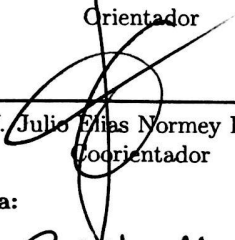


Prof. Dr. Rômulo Silva de Oliveira  
DAS - UFSC

Coordenador do programa de Pós-Graduação em Engenharia de  
Automação e Sistemas

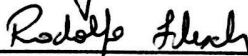


Prof. Rodolfo César Costa Flesch, Dr.  
Orientador



Prof. Julio Elias Normey Rico, Dr.  
Coorientador

**Banca Examinadora:**

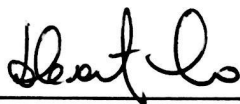


Prof. Rodolfo César Costa Flesch, Dr.  
Presidente - DAS - UFSC



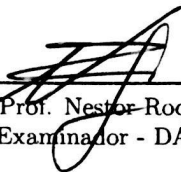
Prof. Aguinaldo Silveira e Silva, Dr.  
Examinador - EEL - UFSC





---

Prof. Daniel Ferreira Coutinho, Dr.  
Examinador - DAS - UFSC



---

Prof. Nestor Roqueiro, Dr.  
Examinador - DAS - UFSC



Este trabalho é dedicado a minha mãe  
Gabriela por ter acreditado sempre em  
mim e a minha companheira, Jessica.





## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus colegas de laboratório que sempre me ajudaram nos momentos de dificuldades. Agradeço ao meu amigo Dayron, já que com ele comecei o sonho de ser mestre fora da Colômbia, de experimentar uma vida longe da família, abrir os olhos para o mundo e ver tudo o que ele tem para nos oferecer; a ele agradeço por ser meu parceiro em um país estrangeiro e ter se convertido em um apoio importante aqui no Brasil. E agradeço principalmente ao meu orientador, o professor Rodolfo César Costa Flesch, e coorientador, Julio Elias Normey-Rico, por compartilharem suas experiências e seus conhecimentos, por terem tido tanta paciência e por terem sido exemplos como pessoas e como profissionais. Eles têm desenvolvido em mim esse desejo por continuar me formando no nível pessoal e acadêmico, têm despertado em mim um espírito crítico e pesquisador que desejo seguir desenvolvendo, pondo em prática os conselhos e as experiências que eles compartilharam comigo.



O homem científico não pretende alcançar um resultado imediato. Ele não espera que suas ideias avançadas sejam imediatamente aceitas. Seus trabalhos são como sementes para o futuro. Seu dever é lançar as bases para aqueles que estão por vir e apontar o caminho. O dia em que descobriremos exatamente o que é a eletricidade, isso irá marcar um evento provavelmente maior, mais importante que qualquer outro na História da Humanidade. Então, será apenas uma questão de tempo para que o Homem consiga ligar suas máquinas diretamente à própria natureza. Imagine o que está por vir...

(Nikola Tesla)



## RESUMO

### ESTUDO DE TÉCNICAS DE SINTONIA DO PREDITOR DE SMITH FILTRADO PARA SISTEMAS MULTIVARIÁVEIS COM ATRASO

**SERGIO ANDRES CASTAÑO GIRALDO**

Abril/2016

**Orientador:** Prof. Rodolfo César Costa Flesch, Dr.

**Coorientador:** Prof. Julio Elias Normey-Rico, Dr.

**Área de concentração:** Controle, Automação e Sistemas

**Numero de páginas:** 135+1

Este trabalho apresenta duas contribuições ao controle de sistemas multivariáveis com atraso empregando estruturas de compensação de atraso: (i) uma avaliação teórico-experimental de diferentes técnicas de desacoplamento para facilitar o projeto do controlador primário e (ii) a generalização para o caso multivariável de uma técnica de sintonia automática ótima para o filtro de robustez da estrutura de predição. Os desenvolvimentos foram realizados tomando como base o preditor de Smith filtrado, tanto na estrutura de compensação total dos atrasos do modelo da planta quanto na de compensação dos atrasos efetivos por saída, e foram validados através de simulações em processos industriais extraídos da literatura. Como principal resultado da avaliação das técnicas de desacoplamento, tem-se a prova de que é impossível a aplicação de desacopladores para que se tenha uma compensação total dos atrasos da planta no modelo rápido e ao mesmo obter uma predição da saída do processo para o caso geral de sistemas lineares, invariantes no tempo e multivariáveis com atraso. Mostrou-se ainda que o melhor cenário para o desacoplamento ocorre com a compensação dos atrasos efetivos por saída, visto que para uma grande classe de sistemas é possível desacoplar tanto o modelo rápido quanto a saída completa do sistema com o mesmo desacoplador. Como resultado da segunda linha de estudo, tem-se a proposta de um procedimento que considera o grau de incertezas do modelo multivariável, estimado em tempo de

execução, para ajustar o filtro de robustez de forma ótima para garantir a melhor resposta de rejeição de perturbações que ao mesmo tempo garanta estabilidade robusta.

**Palavras-chave:** Preditor de Smith filtrado. Sistemas com atraso. Processos multivariáveis. Robustez.

## ABSTRACT

### STUDY OF TUNING METHODS ON THE FILTERED SMITH PREDICTOR FOR MULTIVARIABLE SYSTEMS WITH DELAY

SERGIO ANDRES CASTAÑO GIRALDO

April/2016

**Advisor:** Prof. Rodolfo César Costa Flesch, Dr.

**Co-Advisor:** Prof. Julio Elias Normey-Rico, Dr.

**Area of concentration:** Control, Automation, and Systems

**Number of pages:** 135+1

This dissertation presents two contributions to the control of multi-variable systems with multiple delays using dead-time compensation structures: (i) a theoretical and experimental evaluation of different decoupling techniques to facilitate the design of the primary controller and (ii) the generalization to the multivariable case of an optimal automatic tuning procedure for the robustness filter of the prediction structure. The developments were carried out considering both approaches of the filtered Smith predictor: the complete time-delay compensating structure, and the effective output-delay compensating structure. The developments were validated through simulations in industrial processes extracted from literature. The main result of the evaluation of decoupling techniques is a proof that the application of decoupling is impossible for one to have an overall compensation of delays in the fast model and even get the outputs forecast of the process for the general case for linear time-invariant systems with multiple delays. It also showed that the best scenario for the decoupling occurs with the effective output delay compensation, whereas, for many systems it is possible to decouple both, the fast model and the full output system with the same decoupler. As a result of the second line of study, there is the proposal for a procedure that considers the degree of uncertainty in the multivariable model, with online estimation, to optimally tune the of robustness filter to ensure better disturbance rejection response

with guaranteed robust stability.

**Keywords:** Filtered Smith predictor. Systems with delays. MIMO processes. Robustness.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Preditor de Smith na representação IMC. ....	38
Figura 2	Preditor de Smith representação normal. ....	40
Figura 3	Preditor de Smith equivalente. ....	41
Figura 4	Preditor de Smith filtrado. ....	45
Figura 5	Preditor de Smith filtrado para implementação. ....	46
Figura 6	Sistema de controle em malha fechada. ....	54
Figura 7	Diagrama polar de $C(e^{j\omega T_s})P_n(e^{j\omega T_s})$ . ....	55
Figura 8	Diagrama para análise de robustez. ....	55
Figura 9	Diagrama polar do PSF. ....	58
Figura 10	Processo multivariável. ....	59
Figura 11	Sistema multivariável $2 \times 2$ . ....	60
Figura 12	Preditor de Smith Filtrado MIMO estrutura de análise. ....	65
Figura 13	Preditor de Smith filtrado MIMO estrutura de implementação. ....	65
Figura 14	Preditor de Smith filtrado MIMO na abordagem do <i>output DTC</i> . ....	66
Figura 15	Preditor de Smith filtrado MIMO na abordagem do <i>full DTC</i> . ....	68
Figura 16	Rede de desacoplamento direto 2x2. ....	70
Figura 17	Estrutura do controlador com desacoplamento inverso descentralizado. ....	75
Figura 18	Preditor de Smith Filtrado com desacoplamento. ....	82
Figura 19	Algoritmo do projeto de desacopladores na estrutura do PSF. ....	86
Figura 20	Representação esquemática do evaporador de três estágios ....	88
Figura 21	Comparação entre <i>output DTC</i> sem e com desacoplamento. ....	90
Figura 22	Sinal de controle do <i>output DTC</i> sem e com desacoplamento. ....	90
Figura 23	Desacoplamento do canal do modelo rápido na abordagem <i>full DTC</i> ....	91
Figura 24	Comparação entre <i>full DTC</i> sem e com desacoplamento ....	92

Figura 25	Sinal de controle do <i>full DTC</i> sem e com desacoplamento	92
Figura 26	Processo de estimação em frequência em malha aberta.	99
Figura 27	Algoritmo da bisseção para o caso SISO.....	103
Figura 28	Trocador de calor de água. ....	103
Figura 29	Resposta ao degrau unitário do trocador de calor de água. ....	105
Figura 30	Estimação em frequência do processo. ....	106
Figura 31	Estimação em frequência filtrada do processo. ....	106
Figura 32	Condição de estabilidade robusta. ....	108
Figura 33	Comparativo entre a sintonia fixa e a auto-ajustável. ..	109
Figura 34	PSF com incertezas aditivas. ....	110
Figura 35	Estrutura geral de robustez $\Delta - M$ . ....	111
Figura 36	Algoritmo da bisseção para o caso MIMO.....	113
Figura 37	Modelo dinâmico do clima dentro da estufa. ....	115
Figura 38	Controle climático MIMO de uma estufa na estrutura do PSF. ....	120
Figura 39	Variáveis manipuladas da estufa. ....	120
Figura 40	Estimação em frequência. ....	121
Figura 41	Estimação em frequência filtrada. ....	121
Figura 42	Análise de robustez da estufa. ....	122
Figura 43	Seguimento de referência e rejeição de perturbação dos dois filtros na estufa .....	123

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4	Três casos comuns para definir a dinâmica de malha aberta do processo aparente.....	78
Tabela 5	Valores das variáveis da estufa.....	117
Tabela 6	Medidas de desempenho do sistema controlado .....	124



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DTC	compensador de atraso - do inglês <i>Dead-Time Compensator</i>
FFT	transformada rápida de fourier - do inglês <i>Fast Fourier Transform</i>
FOPDT	sistema de primeira ordem com atraso - do inglês <i>First Order Plus Dead-Time</i>
IAE	integral do erro absoluto - do inglês <i>Integral Absolute Error</i>
IMC	controle por modelo interno - do inglês <i>Internal Model Control</i>
ISE	integral do erro ao quadrado - do inglês <i>Integral Squared Error</i>
ITAE	integral do tempo multiplicado pelo valor absoluto do erro - do inglês <i>Integral Time-Weighted Absolute Error</i>
MIMO	múltiplas entradas e múltiplas saídas - do inglês <i>Multi Input Multi Output</i>
MIMO-SP	preditor de Smith multivariável - do inglês <i>Multi Input Multi Output Smith Predictor</i>
MPC	controle preditivo baseado em modelo - do inglês <i>Model Predictive Control</i>
PRBS	sinal binário pseudo-aleatório - do inglês <i>Pseudo-Random Binary Sequence</i>
PS	Preditor de Smith
PSF	Preditor de Smith filtrado

RGA	matriz de ganhos relativos - do inglês <i>Relative Gain Array</i>
SISO	uma entrada e uma saída - do inglês <i>Single Input Single Output</i>

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Símbolos numéricos e latinos

$A$	superfície de transferência de calor
$C(s)$	controlador primário
$C(z)$	controlador primário discreto
$\mathbf{C}(z)$	controlador primário discreto multivariável
$\mathbf{C}_d(s)$	matriz direta do controlador primário inverso
$C_{eq}(s)$	controlador equivalente
$\mathbf{C}_o(s)$	matriz de realimentação do controlador primário inverso
$C_p$	calor específico do ar
$d$	atraso de transporte discreto
$d_n$	valor nominal do atraso de transporte discreto
$D_c$	denominador do controlador primário $C(z)$
$D_n^+(z)$	polos indesejados da planta (aqueles que não se deseja ter na função de transferência de rejeição de perturbação)
$D_n^-(z)$	polos da planta que podem aparecer na função de transferência de rejeição de perturbação
$e_p(t)$	erro de predição
$\mathbf{e}_p(t)$	vetor com os erros de predição
$f(t)$	sinal de realimentação
$F(z)$	filtro de referência

$\mathbf{F}(z)$	filtro de referência multivariável
$F_r(z)$	filtro do preditor empregado para aprimorar as características do PS
$\mathbf{F}_r(z)$	filtro multivariável do preditor empregado para aprimorar as características do PS
$\mathbf{F}(z)$	filtro de referência discreto multivariável
$G_n(s)$	modelo rápido nominal da planta sem atraso de transporte
$G_n(z)$	modelo rápido nominal da planta sem atraso de transporte e com sustentador de ordem zero
$\mathbf{G}_o(z)$	modelo rápido nominal discreto multivariável sem os atrasos mínimos
$\mathbf{G}_f(z)$	modelo rápido nominal discreto multivariável sem atrasos
$H(s)$	função de transferência em malha fechada da referência para a saída
$H_q(s)$	função de transferência em malha fechada da perturbação para a saída
$\mathbf{H}_{\mathbf{y}\mathbf{n}}(z)$	matriz de transferência discreta em malha fechada da perturbação na saída para a saída
$\mathbf{H}_{\mathbf{y}\mathbf{q}}(z)$	matriz de transferência discreta em malha fechada da perturbação de carga para a saída
$\mathbf{H}_{\mathbf{y}\mathbf{r}}(z)$	matriz de transferência discreta em malha fechada da referência para a saída
$\mathbf{I}$	matriz identidade
$k$	tempo discreto (múltiplo do período de amostragem)
$\mathbf{K}(z)$	matriz de desacoplamento direto



$K_c$	ganho proporcional de um controlador PID
$K_v$	ganho estático de uma planta integradora
$L_m$	valor nominal do atraso de transporte
$\mathbf{L}(z)$	atraso multivariável direto
$m$	número de variáveis manipuladas no modelo
$n$	número de variáveis do modelo
$n_1(t)$	perturbação na saída
$\mathbf{n}_1(k)$	vetor das perturbações na saída discretas
$n_2(t)$	ruido de medição
$\mathbf{n}_2(k)$	vetor dos ruídos de medição discretos
$P(s)$	dinâmica da planta real
$P(z)$	representação equivalente discreta da planta contínua mais o sustentador de ordem zero e o amostrador
$\mathbf{P}(z)$	matriz de transferência que relaciona cada uma das entradas com cada uma das saídas
$q_{fog}$	vazão mássica de água do sistema de nebulização
$q_h$	calor proporcionado pelo sistema de calefação da estufa
$\mathbf{q}(k)$	vetor das perturbações de carga discretas
$q(t)$	perturbação de carga
$\mathbf{Q}(z)$	matriz de transferência do processo equivalente desacoplado
$r(t)$	sinal de referência
$r(k)$	sinal discreto de referência

$\mathbf{r}(k)$	vetor das referências discretas
$s$	variável complexa (transformada de Laplace)
$S(z)$	função de transferência do preditor estável
$\mathbf{S}(z)$	preditor estável multivariável
$S_i$	energia radiante solar interceptada
$t$	tempo
$T_0$	parâmetro do filtro que determina o desempenho de rejeição de perturbação
$\mathbf{T}(z)$	matriz de transferência do modelo rápido equivalente desacoplado
$T_{in}(t)$	temperatura do ar no interior da estufa
$T_{out}(t)$	temperatura do ar no exterior da estufa
$T_s$	período de amostragem
$U$	coeficiente de transferência de calor global
$u(k)$	sinal de controle discreto
$\mathbf{u}(k)$	vetor dos sinais de controle discreto
$u(t)$	sinal de controle
$V$	volume da estufa
$\dot{V}_t$	taxa de ventilação na estufa
$W_{in}$	taxa de massa de umidade no interior
$W_{out}$	taxa de massa de umidade no exterior

$\hat{y}$	predição da(s) saída(s) da planta
$\hat{\mathbf{y}}$	vetor de predições da saída da planta
$y(k)$	resposta temporal amostrada da variável controlada
$\mathbf{y}(k)$	vetor de saídas
$y(t)$	variável de processo

### Símbolos numéricos e latinos

$\alpha$	coeficiente para explicar sombreamento e índice de área foliar
$\beta_T$	coeficiente de constantes termodinâmicas e outros fatores que afetam a evapotranspiração
$\gamma$	calor latente da vaporização
$\delta P(z)$	representação multiplicativa dos erros de modelagem da planta
$\overline{\delta P}(e^{j\omega T_s})$	limite superior para a norma de $\delta P(z)$
$\Delta P(z)$	representação aditiva dos erros de modelagem da planta
$\overline{\Delta P}(e^{j\omega T_s})$	limite superior para a norma de $\Delta P(z)$
$\theta_i$	atraso mínimo do processo multivariável em tempo contínuo
$\lambda_i$	constante de tempo de malha fechada
$\rho$	densidade do ar
$\xi$	fator de amortecimento
$\omega$	frequência
$\omega_n$	frequência natural

$\bar{\sigma}(\mathbf{X})$       valor singular máximo de uma matriz  $\mathbf{X}$

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	31
1.1	Motivação .....	32
1.2	Objetivos .....	34
1.2.1	Objetivo Geral .....	34
1.2.2	Objetivos Específicos .....	34
1.3	Estrutura do Trabalho .....	34
2	REVISÃO DA LITERATURA .....	37
2.1	Preditor de Smith SISO .....	37
2.2	Preditor de Smith Filtrado SISO .....	44
2.2.1	Rejeição de perturbação do PSF .....	47
2.2.2	Ajuste do filtro do preditor .....	49
2.2.3	Análise de robustez para o caso SISO .....	52
2.3	Representação dos modelos multivariáveis .....	58
2.4	Preditor de Smith MIMO .....	61
2.4.1	Contribuições ao preditor de Smith MIMO .....	61
2.4.2	Preditor de Smith Filtrado MIMO .....	64
2.5	Desacoplamento de processos Multivariáveis .....	69
2.5.1	Redes de desacoplamento dinâmico .....	69
2.5.2	Desacoplamento direto de processos com atraso ....	70
2.5.3	Desacoplamento inverso .....	73
2.6	Considerações finais .....	78
3	SINTONIA DO CONTROLE PRIMÁRIO DO PSF VIA DE- SACOPLAMENTO .....	81
3.1	Desacoplamento direto no modelo output DTC para o pre- ditor de Smith Filtrado .....	81
3.2	Desacoplamento direto no modelo full DTC para o preditor de Smith Filtrado .....	83
3.2.1	Estudo de caso .....	86
3.3	Considerações finais .....	91
4	SINTONIA AUTOMATIZADA DO FILTRO PREDITOR DA ESTRUTURA DO PSF .....	95
4.1	Sintonia automatizada do filtro preditor da estrutura do PSF para o caso SISO .....	95
4.1.1	Estimação das incertezas .....	97
4.1.2	Sintonia do filtro de robustez .....	101
4.1.3	Estudo de caso .....	102

4.2	Sintonia automatizada do filtro preditor da estrutura do PSF para o caso MIMO.....	108
4.2.1	Robustez do PSF MIMO.....	109
4.2.2	Estimação das incertezas no sistema MIMO .....	111
4.2.3	Estudo de caso - Controle multivariável de uma estufa usando o PSF .....	114
4.3	Considerações finais .....	124
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	127
5.1	Conclusões .....	127
5.2	Propostas para trabalhos futuros.....	130
	REFERÊNCIAS .....	131

## 1 INTRODUÇÃO

A maioria dos processos industriais apresenta atraso na sua dinâmica. Exemplos típicos da indústria de processos são as colunas de destilação, evaporadores e trocadores de calor (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007). O atraso é um fenômeno decorrente do deslocamento temporal que pode aparecer entre duas ou mais variáveis do sistema de controle. Ele pode ser causado, por exemplo, pelo tempo necessário para transportar massa, energia ou informação; pelo acúmulo do atraso de fase de vários sistemas de baixa ordem cascadeados; e pelo próprio tempo necessário para realização dos cálculos da lei de controle (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007).

O atraso reduz a margem de fase de um sistema, o que tende a degradar o desempenho de malha fechada ou até causar instabilidade caso não sejam empregados controladores adequados (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007). Para reduzir os problemas do atraso, existem duas grandes linhas de abordagem do problema no meio industrial, as quais são o compensador do atraso de transporte (DTC, do inglês *dead-time compensator*) e o controle preditivo baseado em modelo (MPC, do inglês *model predictive control*). Os DTC são estruturas de controle que permitem compensar o efeito do atraso inserindo explicitamente o modelo matemático do processo na lei de controle (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2008). O MPC, por outro lado, calcula a lei de controle em cada interação com ajuda de um algoritmo de otimização on-line (CAMACHO; BORDONS, 2002). Essas duas abordagens tipicamente permitem obter um melhor desempenho do sistema com atraso em malha fechada que o que seria obtido com uma técnica clássica de controle. É importante ressaltar também que no meio acadêmico há abordagens baseadas em variáveis de estado para tratar os problemas com atraso (KRAVARIS; WRIGHT, 1989).

Quando o processo é multivariável (MIMO, do inglês *multi input multi output*), os problemas de controle são ainda mais complexos dado que adiciona-se ao problema da compensação do atraso o efeito dos acoplamentos do sistema MIMO (JEROME; RAY, 1986). Em um sistema MIMO, o atraso pode aparecer nas ações de controle na entrada do processo, nos sinais de medição das variáveis e também na interligação entre as variáveis internas. Portanto, cada caminho do sinal entre as saídas e as entradas pode apresentar um atraso diferente (GARCÍA; ALBERTOS, 2010). Esses atrasos, em conjunto com as interações entre as variáveis, aumentam a complexidade do projeto de controle (JEROME;

RAY, 1986).

Como mostrado em Flesch et al. (2011) através de aplicações industriais típicas, os DTC podem ser configurados e sintonizados para atingir bom desempenho e robustez com processos com atraso, tanto no caso monovariável (SISO, do inglês *single input single output*) como no caso MIMO. No entanto, a aplicação do DTC a sistemas MIMO com atraso tem dois grandes problemas a serem melhorados. O primeiro aparece quando os atrasos não são iguais por saída, fazendo com que o modelo rápido<sup>1</sup> a ser tratado ainda apresente atrasos, o que dificulta o projeto do controlador MIMO. Assim, como não se consegue eliminar os atrasos completamente, é necessário ter uma técnica de ajuste de controle que trate esse caso. Quando os atrasos mínimos por saída (efetivos) estão na diagonal principal, o problema se torna menos crítico e muitas vezes pode-se atingir uma resposta razoável mesmo com o emprego de controladores descentralizados. O segundo problema aparece justamente quando esses atrasos não estão na diagonal principal, porque o problema de projeto de controle se torna muito mais complexo. Dado que é muito mais difícil fatorar implicitamente o modelo do processo MIMO: em uma parte inversível (dinâmica do processo que não inclua predições) e uma parte não inversível (os atrasos do processo). Essa complexidade se refere à terceira característica da estrutura do preditor de Smith que será vista na seção 2.1.

## 1.1 MOTIVAÇÃO

O preditor de Smith é um dos compensadores de atraso mais comuns que existem na literatura para tratar o problema do atraso. Uma modificação de sua estrutura é conhecida como preditor de Smith filtrado e permite ter melhoras significativas na regulação das variáveis de controle dos diferentes tipos de processos encontrados na indústria. Essa estrutura para o caso multivariável é abordada por dois métodos diferentes, como mostrado em Santos, Flesch e Normey-Rico (2014).

A primeira abordagem, chamada *output DTC*, emprega um modelo rápido que ainda pode possuir atrasos, visto que realiza a compensação dos atrasos efetivos por saída. Dessa forma, a principal limitação desse método consiste no fato que o projeto do controlador primário deve ser realizado considerando uma planta que ainda pode possuir

---

<sup>1</sup>Na literatura dos compensadores do atraso de transporte (DTC) é conhecido como modelo rápido aquele modelo que representa a dinâmica do processo sem o atraso de transporte ou apenas com a parcela do atraso de transporte que não pode ser compensada pela estrutura de predição.



atrasos. A principal vantagem dessa abordagem é que a resposta esperada em malha fechada para o caso nominal é a mesma resposta projetada para o modelo rápido, porém com todos os atrasos presentes na planta.

A segunda abordagem, conhecida como *full DTC*, emprega um modelo rápido livre de atrasos, realizando uma compensação total dos mesmos. Dessa forma, a principal vantagem dessa abordagem é que o projeto do controlador primário é feito considerando uma planta sem atrasos, logo a estabilização de processos com diferentes dinâmicas e múltiplos atrasos torna-se tarefa fácil no caso nominal. Sua principal limitação consiste no fato que a predição de saída não é mantida, dado que a resposta esperada no sistema completo para o caso nominal não é a mesma resposta projetada para o modelo rápido, tornando difícil atingir uma determinada especificação do projeto de controle.

Em ambas as abordagens, a sintonia do filtro de predição é fundamental no objetivo de poder determinar a velocidade de rejeição de perturbações e garantir a estabilidade robusta. É importante ressaltar que em todo projeto de controle se deve levar em consideração esse tipo de compromisso a fim de poder atender às especificações gerais do processo que se deseja controlar, uma vez que existirão erros de modelagem, que podem aparecer com maior ou menor magnitude.

Neste trabalho vai ser estudada a estrutura do preditor de Smith filtrado e serão propostos métodos que permitam aprimorar tanto a sintonia do controlador primário quanto do filtro de robustez. Para esse estudo serão levadas em consideração as duas abordagens atuais para o compensador de atrasos, o *full DTC* e o *output DTC*. Para o caso específico do *full DTC*, será estudada uma abordagem do controlador primário junto com uma rede de desacoplamento com o fim de poder minimizar os acoplamentos cruzados do sistema completo, esperando atingir uma sintonia que cumpra com a característica de predição de saída do preditor de Smith original.

Outra parte fundamental do trabalho é o uso de uma estratégia de sintonia automática para o filtro do preditor baseado nas incertezas de modelagem do sistema MIMO. O emprego de um método de estimação online das incertezas de modelagem proporciona um procedimento auto adaptável para mudanças de dinâmica que possam vir a ocorrer na planta no decorrer do tempo e que comprometam as especificações do projeto inicial, em especial a estabilidade de malha fechada.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo Geral

Estudar métodos que permitam aprimorar o desempenho do compensador de atrasos conhecido como o preditor de Smith filtrado para processos multivariáveis com múltiplos atrasos, atuando tanto na sintonia do controlador primário quanto do filtro do preditor.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

1. Estudar se é possível obter uma sintonia do controlador primário para a abordagem *full DTC* utilizando técnicas de desacoplamento de sistemas multivariáveis, que permita manter a vantagem de projetar o controlador com o modelos sem atrasos eliminando o problema de que a resposta em malha fechada do sistema nominal completo seja diferente da resposta que se obtém quando se emprega o modelo rápido.
2. Estudar métodos de otimização que permitam melhorar o desempenho de rejeição de perturbação da estrutura do preditor de Smith filtrado multivariável e ao mesmo tempo manter a garantia de estabilidade robusta.
3. Avaliar o comportamento das técnicas propostas através de simulação em modelos de processos com características tipicamente encontradas em ambientes industriais.

## 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta dissertação está dividida em cinco capítulos. O começo do capítulo 2 introduz ao leitor os compensadores de atraso em processos multivariáveis. Na sequência, o capítulo é dividido em cinco seções, sendo as primeiras quatro dedicadas a analisar as estratégias DTC e a última dedicada a analisar estratégias de desacoplamento de sistemas multivariáveis. Na parte do DTC, é apresentado o preditor de Smith e é discutida a modificação da estrutura original para tratar problemas integradores e instáveis e, ao final, são discutidas as propostas de generalização para o caso multivariável. Na parte dos desacopladores, mostra-se como é utilizada uma rede de desacoplamento direto, que

permite dissociar as variáveis de cada malha de controle do sistema MIMO, e se trata também o projeto do controlador primário empregando técnicas de desacoplamento inverso.

No capítulo 3, é empregada a abordagem de desacoplamento direto na estrutura do PSF. Inicialmente se analisa para o caso de compensação por saída, *output DTC*, e em seguida, o mesmo é feito para o caso de compensação completa, *full DTC*. Todo o desenvolvimento do capítulo é realizado com o intuito de avaliar técnicas que permitam simplificar e aprimorar a sintonia do controlador primário.

No capítulo 4, estuda-se a importância da adequada sintonia do filtro do preditor, mostrando uma abordagem automática que permite levar em consideração os erros de modelagem presentes na estrutura do PSF, a fim de poder acelerar a resposta de rejeição de perturbação e garantir estabilidade robusta. A abordagem é explicada inicialmente para o caso SISO e posteriormente é estendida para o caso MIMO. Em ambos os casos são apresentados exemplos de implementação da abordagem em processos tipicamente comuns da teoria de controle, baseados em aplicações industriais.

No capítulo 5, apresentam-se as conclusões e algumas sugestões para efetuar trabalhos futuros sobre a estrutura do compensador de atraso MIMO PSF.



## 2 REVISÃO DA LITERATURA

O atraso de transporte em um sistema de controle de malha fechada é um obstáculo para que se tenha um comportamento rápido e robusto em malha fechada, pois esse atraso reduz a margem de fase do sistema, o que acaba degradando o desempenho do controlador. Visando dar uma solução a esse problema, Smith (1957, 1959) sugeriu um compensador que remove efetivamente o efeito do atraso da equação característica do sistema de controle para um processo estável no caso nominal, ou seja, sem erros de modelagem. Esse compensador, conhecido como preditor de Smith (PS), foi a base de diversos estudos que atualmente vêm se desenvolvendo para lidar com o problema do atraso de transporte.

Como o preditor de Smith apresentou um bom desempenho em plantas estáveis monovariáveis, vários pesquisadores buscaram formas para estender esses resultados para o domínio discreto e também para sistemas multivariáveis com atraso simples (ALEVISAKIS; SEBORG, 1973).

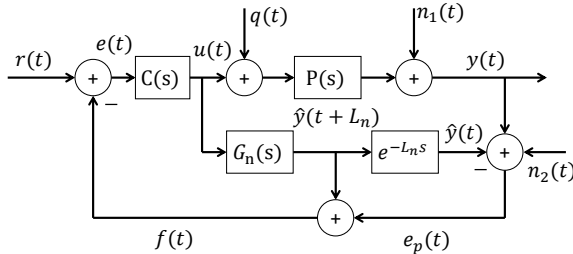
A continuação, na seção 2.1 é apresentado para o leitor o compensador de atraso proposto por Smith e a sua modificação na seção 2.2, preditor de Smith filtrado (PSF), que permite tratar problemas integradores e instáveis. Para esse ultimo, será mostrada a importância do filtro preditor para a rejeição de perturbações e para a robustez do sistema. Logo será apresentado o comportamento dinâmico dos sistemas MIMO na seção 2.4 e como o PSF é estendido para esse tipo de processos (seção 2.4.2). Por último, na seção 2.5 será mostrado para o leitor em que consistem as interações dentro de uma malha de controle MIMO e como podem ser contornadas com o uso de desacopladores que permitam isolar cada variável do sistema.

### 2.1 PREDITOR DE SMITH SISO

Em 1957, Otto Smith propôs a estrutura de controle apresentada na figura 1, denominada preditor de Smith (PS) (SMITH, 1957). Na figura,  $P_n(s) = G_n(s)e^{-L_n s}$  é o modelo nominal do processo,  $G_n(s)$  é o modelo sem atraso de transporte, conhecido na literatura como modelo rápido,  $L_n$  é o atraso de transporte do modelo nominal,  $C(s)$  é o controlador primário,  $P(s)$  é a planta real,  $u(t)$  é o sinal de controle,  $y(t)$  é a variável de processo,  $q(t)$  é uma perturbação de carga,  $n_1(t)$  é uma perturbação na saída,  $n_2(t)$  é ruído de medição,  $r(t)$  é o sinal de

referência,  $e_p(t)$  é o erro de predição e  $f(t)$  é a saída predita.

Figura 1 – Preditor de Smith na representação IMC.



Fonte: Adaptado de (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007).

Essa estrutura prediz a saída do processo real,  $y(t)$ , baseando-se no modelo sem atraso,  $G_n(s)$ , prevendo o comportamento do sistema caso não tivesse atraso de transporte,  $e^{-L_n s}$ . Assim, o controle consegue se antecipar para um provável comportamento que o sistema,  $P(s)$ , apresentará em um tempo igual ao atraso de transporte (ZHONG, 2006). Com base nessa estrutura pode-se projetar o controlador primário,  $C(s)$ , levando em consideração o processo sem atraso.

A estrutura de um DTC ideal é dada assumindo-se que o processo real é igual ao modelo do processo,  $P_n(s) = G_n(s)e^{-L_n s} = P(s)$ , e que, além disso, não existam perturbações no sistema. Entretanto, como na prática não existem modelos totalmente perfeitos, o PS leva em consideração uma parcela decorrente do erro de estimação da planta com o objetivo de corrigir os efeitos do erro de modelagem ( $P(s) - P_n(s)$ ) e os efeitos das perturbações de carga,  $q(t)$ , e de saída,  $n_1(t)$  que ingressam no sistema.

O preditor de Smith oferece à estrutura de controle três características fundamentais que todo sistema estável cumpre levando em consideração o caso de não haver erros de modelagem ( $P_n(s) = P(s)$ ) (JEROME; RAY, 1986).

**Característica 1** - o atraso é eliminado da equação característica de malha fechada, facilitando assim o projeto do controlador. Para poder entender esta característica, analisa-se a função de transferência de malha fechada do sistema da referência para a saída,  $H(s)$ , a qual é

representada por:

$$\begin{aligned} H(s) = \frac{y(t)}{r(t)} &= \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s) - C(s)P_n(s) + C(s)G_n(s)} \\ &= \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)[P(s) - P_n(s) + G_n(s)]}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Como se está considerando que  $P_n(s) = P(s)$ , ou seja  $G_n(s)e^{-L_ns} = G(s)e^{-Ls}$ , então a função de transferência de malha fechada do sistema pode ser resumida a

$$H(s) = \frac{y(t)}{r(t)} = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)G_n(s)} = \frac{C(s)G_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)}e^{-Ls}. \quad (2.2)$$

Por inspeção do denominador de (2.2) evidencia-se que a equação característica do processo em malha fechada, equação (2.3), fica livre do atraso.

$$1 + C(s)G_n(s) = 0 \quad (2.3)$$

**Característica 2** - Na presença de variações no sinal de referência, o preditor de Smith antecipa a saída do processo em um tempo  $L_n$ . Como se observa na figura 1 para o caso nominal, depois do bloco do modelo rápido,  $G_n(s)$ , o sinal de saída,  $\hat{y}(t + L_n)$ , vai ser exatamente o mesmo sinal do processo, só que sem atraso. Constitui-se, dessa forma, em um sinal adiantado que antecipa o comportamento da saída real. Isso pode ser observado considerando a resposta do sinal de realimentação,  $f(t)$ , da figura 1, quando se realizam mudanças na referência:

$$F(s) = \frac{C(s)G_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)}R(s). \quad (2.4)$$

onde  $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$  e  $\mathcal{L}\{r(t)\} = R(s)$ .

Comparando a equação (2.4) com a equação (2.2), tem-se que

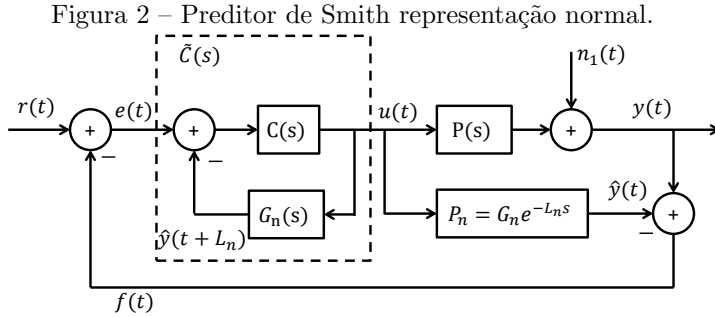
$$Y(s) = \frac{C(s)G_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)}R(s)e^{-L_ns} \rightarrow Y(s) = F(s)e^{-L_ns}, \quad (2.5)$$

onde  $\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s)$ . A equação acima pode ser interpretado no domínio do tempo como

$$f(t) = y(t + L_n), \quad (2.6)$$

ou, de forma alternativa, que  $f(t)$  é a predição de  $y(t)$  para  $L_n$  unidades de tempo à frente.

Vale ressaltar que essa característica não é válida para as entradas de perturbações. Para entender melhor por que isso acontece, analisa-se o preditor de Smith ante uma entrada de perturbação em  $n_1(s)$  com as demais perturbações nulas  $q(s) = n_2(s) = 0$ . Para a análise, será considerada a estrutura de um controlador equivalente ao preditor de Smith, como se evidencia na figura 2. Vale ressaltar que a estrutura apresentada na figura 2 é idêntica à apresentada na figura 1, apenas com os blocos rearranjados. Essa representação é a equivalente IMC do PS, com  $\tilde{C}(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)G_n(s)}$  sendo o controlador equivalente.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Todavia, pode-se reduzir ainda mais o preditor de Smith para chegar à estrutura com um controlador equivalente final, mostrada na figura 3.

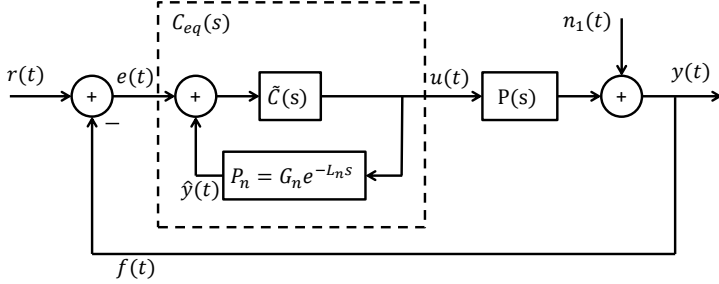
O controle equivalente do preditor de Smith é dado pela equação (2.7).

$$\begin{aligned}
 C_{eq}(s) &= \frac{\tilde{C}(s)}{1 - \tilde{C}(s)P_n(s)} = \frac{\frac{C(s)}{1 + C(s)G_n(s)}}{1 - \frac{C(s)}{1 + C(s)G_n(s)}P_n(s)} \\
 &= \frac{C(s)}{1 + C(s)G_n(s) - C(s)P_n(s)} \quad (2.7)
 \end{aligned}$$

A dinâmica em malha fechada da perturbação com  $P_n(s) = P(s)$  é dada por:



Figura 3 – Preditor de Smith equivalente.



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$\begin{aligned}
 N(s) &= \frac{Y(s)}{N_1(s)} = \frac{1}{1 + C_{eq}(s)P_n(s)} = \frac{1}{1 + \frac{C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s) - C(s)P(s)}} \\
 &= \frac{1 + C(s)G_n(s) - C(s)P(s)}{1 + C(s)G_n(s)} \\
 &= 1 - \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)G_n(s)} = 1 - \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G_n(s)} e^{-Ls}. \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

onde  $\mathcal{L}\{n_1(t)\} = N_1(s)$

Com isso, a saída total do sistema  $Y(s)$  é dada pela soma das duas entradas  $R(s)$  e  $N_1(s)$ .

$$Y(s) = \frac{C(s)G_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)} e^{-Ls} [R(s) - N_1(s)] + N_1(s) \quad (2.9)$$

Comparando a equação (2.9) com relação ao sinal de realimentação  $f(t)$  da figura 3, a equação (2.6) se converte em

$$f(t) = y(t + L) + n_1(t) - n_1(t + L). \quad (2.10)$$

Com isso se pode deduzir que se a dinâmica da perturbação for lenta ( $n_1(t) \approx n_1(t + L)$ ), então  $f(t)$  será uma boa aproximação de  $y(t)$  em  $t = L$ , mas para o caso no qual  $n_1(t)$  mude rapidamente, não será possível eliminar o efeito da perturbação do sinal de realimentação  $f(t)$ .

**Característica 3** - A estrutura do PS fatora, de forma implícita, o processo em duas parcelas:  $G_n(s)$ , que é a parte que pode ser inversível dado que é uma função de transferência que unicamente representa a dinâmica do processo e não depende do atraso, e  $(e^{-L_n s})$ , que é parcela que representa o atraso, conhecida na literatura como a parte não inversível, dado que certamente não poderá ser invertida por causa do atraso.

Através de uma leitura superficial das três características que apresenta o preditor de Smith, daria para pensar que o controlador primário,  $C(s)$ , poderia ser projetado levando em consideração unicamente o modelo rápido,  $G_n(s)$ . Entretanto isso não é possível, visto que o PS tem cinco limitações na aplicação e no ajuste de seus parâmetros (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2006):

1. se o controlador primário,  $C(s)$ , é projetado unicamente com a equação característica (2.3) o sistema em malha fechada poderia se tornar instável para erros de modelagem,  $(P(s) - P_n(s))$ , muito pequenos;
2. o PS não pode ser utilizado com processos instáveis;
3. se o processo é integrador, não pode-se utilizar diretamente a estrutura apresentada no diagrama da figura 1 para implementação;
4. se a planta for estável, não é possível definir arbitrariamente o comportamento do sistema frente a perturbações de carga apenas ajustando o controlador primário;
5. se a planta for integradora, o sistema não pode rejeitar perturbações constantes em estado estacionário.

Tipicamente, uma das formas para considerar o efeito do erro de modelagem, supõe que as incertezas do processo podem ser descritas por um modelo não estruturado como:

$$P(s) = P_n(s) [1 + \delta P(s)]. \quad (2.11)$$

O índice de robustez calculado em Morari e Zafiriou (1989) levando em conta a hipótese da equação (2.11) é apresentado na equação (2.12), considerando para cada frequência o módulo do máximo erro de modelagem admissível para manter a estabilidade em malha fechada.

$$dP(\omega) \leq \left| \frac{1 + C(j\omega)G_n(j\omega)}{C(j\omega)G_n(j\omega)} \right| \quad \forall \omega > 0 \quad (2.12)$$

Percebe-se que o índice de robustez para este caso específico coincide com o valor absoluto do inverso da função de transferência de malha fechada do sistema apresentado na equação (2.2). Deve-se notar que ele está efetivamente associado com a função complementar de sensibilidade, mas como não há elementos na realimentação, ambas se confundem. A análise de robustez será estudada em mais detalhe na seção 2.2.3. O importante neste momento é mostrar que:

- das equações (2.2) e (2.12) se deduz que se o controlador,  $C(s)$ , for projetado para atingir respostas rápidas em malha fechada, o sistema terá um índice de robustez muito pequeno, dado que

$$dP(\omega) = \left| \frac{1}{H(j\omega)} \right| \quad \forall \omega > 0. \quad (2.13)$$

Porém, se  $C(s)$  não for escolhido adequadamente, pequenos erros de modelagem podem causar instabilidade no sistema (PALMOR, 1980);

- os polos de  $P(s)$  não podem ser eliminados da função de transferência perturbação-saída, com exceção de um polo na origem ( $s = 0$ ), como pode ser observado no item 3. Isso traz como consequência que:
  1. o PS não pode ser utilizado com processos instáveis em malha aberta, dado que a resposta a perturbação de carga seria instável;
  2. se os polos do processo são mais lentos que os polos desejados de malha fechada, então não será possível acelerar a resposta a perturbações só ajustando o controlador  $C(s)$ , dado que os polos lentos dominarão a dinâmica de rejeição de perturbação;
  3. se o processo tem um polo na origem (integrador) e os demais polos apresentam a parte real negativa, caso se analise uma perturbação na entrada do processo,  $q(s)$ , como se mostra na figura 1, a relação entre  $y(s)$  e  $q(s)$  pode ser escrita como segue:

$$H_q(s) = \frac{y(s)}{q(s)} = P_n(s) \left[ 1 - \frac{C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)} \right]. \quad (2.14)$$

Com a equação (2.14) pode-se comprovar o que sistema não é capaz de rejeitar perturbações do tipo degrau quando o

processo é do tipo integrador. Para entender melhor essa limitação, supõe-se uma planta integradora  $G_n(s) = \frac{K_v}{s}$  com atraso  $e^{-Ls}$  e sem erro de modelagem no PS. Para controlar esse sistema basta com ter um controle proporcional  $C(s) = K_c$ . A função de transferência em malha fechada para esse caso é:

$$H_r(s) = \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{K_v K_c e^{-Ls}}{s + K_v K_c}. \quad (2.15)$$

O ganho  $K_c$  poderia ser usado para ajustar a dinâmica em malha fechada, porém ao calcular a função de transferência de  $H_q(s)$  se tem

$$H_q(s) = \frac{y(s)}{q(s)} = \frac{K_v e^{-Ls} [s + K_v K_c (1 - e^{-Ls})]}{s(s + K_v K_c)}. \quad (2.16)$$

Supondo o sistema estável e aplicando a regra de L'Hôpital ao limite quando  $s$  tende a zero na equação (2.16) obtém-se  $H_q(0) = \frac{1 + K_v K_c L}{K_c}$ , que implica que o sistema não consegue rejeitar perturbações de carga constantes, pois  $H_q(0) \neq 0$ .

- o PS é um controle de um grau de liberdade, portanto, se  $C(s)$  é projetado para atingir certo comportamento à rejeição de perturbações então não poderá simultaneamente garantir uma determinada resposta ao seguimento de referência.

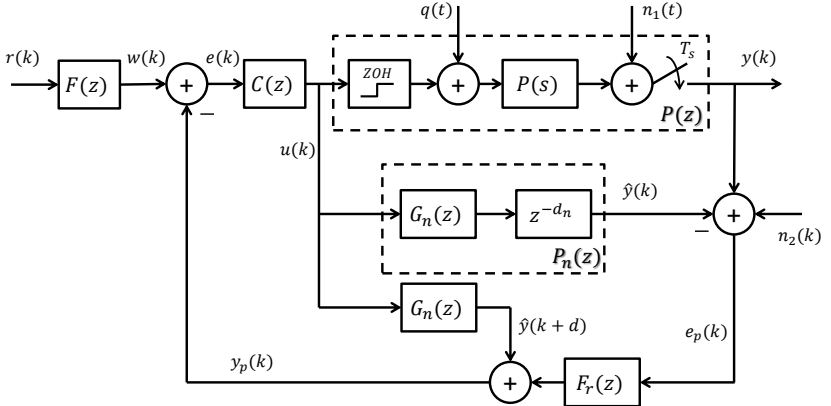
Os problemas do PS têm sido objeto de estudo por diversos autores com o fim de contorná-los. Neste trabalho será empregada uma dessas propostas, denominada preditor de Smith filtrado, para poder controlar sistemas multivariáveis com múltiplos atrasos.

## 2.2 PREDITOR DE SMITH FILTRADO SISO

Como foi discutido na seção 2.1, o preditor de Smith tem algumas limitações nas quais diversos autores trabalharam para conseguir atingir um bom compromisso entre comportamento dinâmico e robustez. Para realizar uma análise geral do compensador de atraso, considera-se a estrutura apresentada na figura 4, proposta por (NORMEY-RICO;

CAMACHO, 1997). Apesar de a proposta original ter sido realizada empregando sistemas de tempo contínuo, será avaliada diretamente a representação equivalente em tempo discreto, que será a empregada neste trabalho. Isso se deve principalmente ao fato de sua implementação ser muito mais fácil que no caso contínuo, já que o atraso de transporte no domínio discreto tem representação polinomial.

Figura 4 – Preditor de Smith filtrado.



Fonte: Adaptado de (FLESCHE et al., 2011).

Como é apresentado na figura 4, todos os sinais internos à estrutura de predição são representados como funções da variável  $k$ , indicando um múltiplo do período de amostragem  $T_s$ :  $r(k)$  é a referência,  $w(k)$  é a referência filtrada,  $e(k)$  é o erro entre a referência e a predição da saída,  $u(k)$  é o sinal de controle,  $y(k)$  é a saída da planta amostrada,  $\hat{y}(k)$  é a saída predita pelo modelo,  $e_p(k)$  é o erro de predição,  $y_p(k)$  é a predição da saída  $d_n$  instantes para frente mais o erro de predição filtrado. Os sinais oriundos do exterior da estrutura são mantidos como sinais de tempo contínuo, em função da variável de tempo  $t$ , como forma de representar sinais reais vindos de uma planta contínua no tempo:  $q(t)$  é uma perturbação de carga,  $n_1(t)$  é uma perturbação de saída,  $n_2(t)$  é uma perturbação na leitura do transdutor do processo. Adicionalmente:  $P_n(z) = G_n(z)z^{-d_n}$  é o processo nominal discretizado com um sustentador de ordem zero (ZOH),  $G_n(z)$  é o modelo rápido (modelo sem atraso),  $d_n$  é o atraso de transporte do processo nominal,  $P(s)$  é a planta,  $P(z) = G(z)z^{-d}$  é o equivalente discreto da planta contínua mais o sustentador de ordem zero e o amostrador com perturbações nulas,  $F(z)$  é um filtro de referência tradicional utilizado para

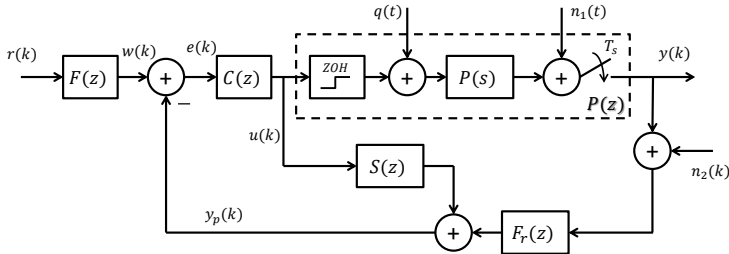
melhorar o seguimento de referência,  $F_r(z)$  é o filtro do preditor empregado para aprimorar as características do PS e  $C(z)$  é o controlador primário.

A ideia original do filtro  $F_r(z)$ , como proposto em (NORMEY-RICO; CAMACHO, 1997), era atenuar as oscilações da saída da planta em certa faixa de frequência de interesse. Note-se que quando o modelo é perfeito, o erro de predição,  $e_p(k)$ , é zero e o PS funciona adequadamente para o processo estável, mas quando se tem erro de modelagem no atraso, o sinal  $e_p(k)$  começa a ter oscilações por causa da defasagem dos sinais  $y(k)$  e  $\hat{y}(k)$ , o que pode levar rapidamente o sistema de malha fechada à instabilidade. Por isso, ao projetar o filtro para atenuar essas oscilações, a estrutura de controle tem sua resposta melhorada, tornando-a mais robusta.

Deve-se notar ainda que a adição do filtro  $F_r(z)$  pode ser usada para aprimorar as características do PS original, dado que a inclusão do filtro permite acelerar a rejeição de perturbações de carga e, além disso, permite contornar o problema que tem o PS original para controlar plantas integradoras ou instáveis. Isso pode ser evidenciado em (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2009), trabalho no qual se propõe uma nova estratégia unificada a partir da proposta inicial apresentada em (NORMEY-RICO; CAMACHO, 1997). Com essa estratégia se soluciona o problema de tornar o sistema internamente estável no caso de plantas integradoras e instáveis.

Assim, a estrutura da figura 4 serve apenas para análise e não pode ser usada para implementação no caso instável, visto que ocorre instabilidade interna. Por isso, tem que ser empregada na implementação a estrutura unificada apresentada na figura 5.

Figura 5 – Preditor de Smith filtrado para implementação.



Fonte: Adaptada de (NORMEY-RICO; CAMACHO, 1997).

O bloco  $S(z)$  garante a estabilidade interna da estrutura e está definido por

$$S(z) = G_n(z) [1 - z^{-d_n} F_r(z)]. \quad (2.17)$$

Para que a nova estrutura seja internamente estável, deve-se garantir que tanto o filtro  $S(z)$  quanto o filtro  $F_r(z)$  sejam estáveis. No caso do filtro  $F_r(z)$  é fácil garantir sua estabilidade, dado que seus polos são escolhidos livremente pelo projetista. Por outro lado, no filtro  $S(z)$ , da equação (2.17), pode ser notado que se  $G_n(z)$  tem polos integradores ou instáveis, o único grau de liberdade que se tem para cancelar esses polos é o filtro  $F_r(z)$ , evitando dessa forma a instabilidade interna. Por esse motivo, a parcela  $[1 - z^{-d_n} F_r(z)]$  sempre deve ser calculada de forma que cancele as dinâmicas instáveis ou integradoras do modelo rápido da planta,  $G_n(z)$ , e o filtro  $S(z)$  terá que ser implementado com os cancelamentos já realizados. Dessa forma, a saída predita  $y_p(k)$  será uma predição estável de  $y(k)$  para qualquer processo.

No caso que não se tenha erro de modelagem, ou seja que  $P(z) = P_n(z)$ , a função de transferência em malha fechada é representada pela equação (2.18) para referência, pela equação (2.19) para perturbação de carga e pela equação (2.20) para perturbação de saída.

$$H_{yr}(z) = \frac{y(z)}{r(z)} = \frac{F(z)C(z)P_n(z)}{1 + C(z)G_n(z)} \quad (2.18)$$

$$H_{yq}(z) = \frac{y(z)}{q(z)} = P_n(z) \left[ 1 - \frac{C(z)P_n(z)F_r(z)}{1 + C(z)G_n(z)} \right] \quad (2.19)$$

$$H_{yn_1}(z) = \frac{y(z)}{n_1(z)} = \left[ 1 - \frac{C(z)P_n(z)F_r(z)}{1 + C(z)G_n(z)} \right] \quad (2.20)$$

### 2.2.1 Rejeição de perturbação do PSF

O filtro  $F_r(z)$  pode ser empregado para alterar a resposta de rejeição de perturbação. Como pode-se observar nas equações (2.19) e (2.20), o filtro oferece um grau de liberdade para eliminar polos lentos, integradores ou instáveis em  $P_n(z)$ . O objetivo do projeto de controle é que essas dinâmicas não apareçam na resposta de rejeição de perturbação. Para eliminar essas dinâmicas, pode-se calcular o termo  $(1 - z^{-d} F_r(z))$  para evitar que os polos indesejados apareçam em  $S(z)$ . Com isso, o controle equivalente vai deixar de alocar zeros para can-

celar as dinâmicas lentas da planta. Deve-se notar que o PS original é um controle por cancelamento e, portanto, ele não pode acelerar a resposta a perturbação no caso estável. O controle equivalente do PS tradicional é dado pela equação (2.7) e, para evidenciar o cancelamento, essa equação pode ser desmembrada nos numeradores e denominadores de cada termo  $\left(C(z) = \frac{N_c}{D_c}\right)$ ,  $\left(G_n(z) = \frac{N_g}{D_g}\right)$ . Assim o controlador equivalente é dado por (FLESCH, 2012):

$$C_{eq}(z) = \frac{\frac{N_c}{D_c}}{1 + \frac{N_c}{D_c} \frac{N_g}{D_g} (1 - z^{-d_n})}$$

$$C_{eq}(z) = \frac{N_c D_g}{D_c D_g + N_c N_g (1 - z^{-d_n})}. \quad (2.21)$$

Note que o denominador do controlador equivalente,  $C_{eq}(z)$ , tem dois termos. Se no primeiro termo do denominador, o polinômio  $D_c$  do controlador primário  $C(z)$  tem uma ação integral, implica que  $D_c(1) = 0$  e note-se que o segundo termo  $(1 - z^{-d_n}) = 0$  quando  $z = 1$ , portanto se há ação integral nos dois termos do denominador do controlador equivalente, pode-se dizer que  $C_{eq}(z)$  é um controlador com ação integral. Por isso, as referências do tipo degrau são seguidas e perturbações de carga constantes são rejeitadas em regime permanente no caso estável (na seção 2.1 se mostrou porque o PS não rejeita perturbações nos casos integrador e instável). Entretanto, como se pode perceber na equação do controlador equivalente (2.21), os polos do processo,  $D_g$ , estão alocados no numerador do controlador, ou seja nos zeros do controlador, portanto configura-se um controle por cancelamento e isso confirma por que a resposta à perturbação não pode ser acelerada com o PS tradicional.

Com a inserção do filtro  $F_r(z)$  para o caso do PSF, o controle equivalente é dado por:

$$C_{eq}(z) = \frac{C(z)}{1 + C(z)G_n(z)[1 - F_r(z)z^{-d_n}]} = \frac{C(z)}{1 + C(z)S(z)}. \quad (2.22)$$

Caso a equação (2.22) seja desmembrada da mesma forma como foi feito na equação (2.21), com o termo  $\left(S(z) = \frac{N_s}{D_s}\right)$  tem-se que:



$$C_{eq}(z) = \frac{\frac{N_c}{D_c}}{1 + \frac{N_c}{D_c} \frac{N_s}{D_s}},$$

$$C_{eq}(z) = \frac{N_c D_s}{D_c D_s + N_c N_s}. \quad (2.23)$$

Portanto, o controlador equivalente deixa de conter em seu numerador o denominador de  $G_n(z)$  e passa a conter apenas o denominador de  $S(z)$ . Como  $S(z)$  é projetado de modo a não conter os polos indesejados de  $G_n(z)$ , elimina-se o controle por cancelamento do PS tradicional e isso permite acelerar a resposta a perturbação no caso estável.

### 2.2.2 Ajuste do filtro do preditor

Quando se vai projetar o filtro de predição,  $F_r(z)$ , duas condições devem ser cumpridas. A primeira, é que deve-se garantir que o ganho estático do filtro seja unitário, ou seja  $F_r(1) = 1$ , e a segunda é que o filtro seja projetado de tal maneira que faça com que as dinâmicas indesejadas do modelo da planta sejam eliminadas de  $S(z)$  (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2009).

O processo nominal,  $P_n(z)$ , pode ser escrito explicitamente em termos do numerador e do denominador, como na equação (2.24), na qual o denominador é dividido em duas parcelas,  $D_n^+(z)$  e  $D_n^-(z)$ . As raízes  $D_n^+(z)$  serão os polos indesejados da planta e de  $D_n^-(z)$  serão os polos rápidos e estáveis da planta. Os polos indesejados são todos aqueles que não se deseja que apareçam na resposta de rejeição de perturbação.

$$P_n(z) = \frac{N_n(z)}{D_n(z)} z^{-d_n} = \frac{N_n(z)}{D_n^+(z) D_n^-(z)} z^{-d_n} \quad (2.24)$$

O filtro do preditor também pode ser escrito explicitamente em termos do numerador e do denominador, como  $F_r(z) = \frac{N_f(z)}{D_f(z)}$ . O denominador,  $D_f(z)$ , poderá ser escolhido arbitrariamente pelo projetista com raízes dentro do círculo de módulo unitário, levando em consideração a dinâmica desejada na rejeição de perturbação e a robustez do sistema. Note que as raízes de  $D_f(z)$  são também raízes das funções de transferência das perturbações para saída em malha fechada, representadas pelas equações (2.19) e (2.20). Note ainda que para o caso da

robustez, quanto mais lentas foram as raízes do denominador do filtro, mais robusto se torna o sistema, dado que o modulo do filtro  $F_r(e^{j\omega T})$  iniciará sua queda em frequências mais baixas (FLESCHE, 2012).

De acordo com Normey-Rico e Camacho (2009), pode-se estabelecer que uma escolha razoável para o denominador é dada por  $D_f(z) = (z - \beta)^v$ , onde  $\beta \in (0,1)$  e  $v \geq 1$ . O parâmetro  $v$  deve ser selecionado pelo menos igual ao número de raízes indesejadas do modelo da planta que se desejam eliminar de  $S(z)$  e que a escolha de  $v$  maior que esse número tende a aumentar a robustez a erros de modelagem e diminuir a velocidade de resposta a perturbações.

Uma vez que está definido o denominador, o próximo passo consiste em determinar o numerador do filtro. Para isso, se parte da equação (2.25).

$$1 - F_r(z)z^{-d_n} = 1 - \frac{N_f(z)}{D_f(z)}z^{-d_n} = \frac{D_f(z) - N_f(z)z^{-d_n}}{D_f(z)} \quad (2.25)$$

O numerador da expressão da equação (2.25) é igualado aos polos que se deseja eliminar do modelo rápido,  $G_n(z)$ , e a uma raiz em  $(z - 1)$  com o fim de cumprir o critério de que o filtro deve ter ganho estático igual a um,  $F_r(1) = 1$ . Assim, pode-se obter o numerador do filtro a partir da equação (2.26).

$$D_f(z) - N_f(z)z^{-d_n} = (z - 1)D_n^+(z)p(z) \quad (2.26)$$

Na equação (2.26), o termo  $(z - 1)$  garante o ganho estático unitário,  $D_n^+(z)$  são os polos indesejados e  $p(z)$  é o resíduo do polinômio. Com esse procedimento se garante que  $S(z)$  seja estável por que não contém os polos indesejados do modelo da planta, como pode ser observado na equação (2.27).

$$S(z) = \frac{N_n(z)}{D_n^-(z)} \frac{p(z)(z - 1)}{D_f(z)} \quad (2.27)$$

Para entender melhor o conceito de sintonia do filtro, será apresentado na sequência um exemplo. Supõe-se um processo integrador, dado pelo seguinte modelo nominal  $P_n(z) = \frac{0,7}{z - 1}z^{-5}$ , obtido com  $T_s = 1$  s, e deseja-se projetar o filtro para rejeitar perturbações do tipo degrau.

$$P_n(z) = \frac{N_n(z)}{D_n^-(z)D_n^+(z)}z^{-d} = \frac{0,7}{z - 1}z^{-5}$$

$$\begin{aligned} D_n^-(z) &= 1 \\ D_n^+(z) &= (z - 1) \\ N_n(z) &= 0,7 \end{aligned}$$

Segundo a equação (2.17), o bloco  $S(z)$  é dado por  $S(z) = G_n(z)[1 - z^{-d}F_r(z)]$ . Aplicando o conceito da equação (2.24) e a equação (2.25), o bloco  $S(z)$  pode ser reescrito como

$$S(z) = \frac{N_n(z)}{D_n^-(z)D_n^+(z)} \left[ \frac{D_f(z) - N_f(z)z^{-d_n}}{D_f(z)} \right].$$

O projetista tem o grau de liberdade de escolher arbitrariamente o denominador do filtro com raízes dentro do círculo unitário, com ordem igual ou maior ao número de polos indesejados. Neste caso, como se tem 1 polo indesejado na origem, escolhe-se então o denominador do filtro de maneira que esse polo seja eliminado do bloco  $S(z)$ , garantido assim, a rejeição de perturbações constantes. Neste exemplo, o denominador do filtro é selecionado para que a perturbação seja rejeitada em cerca de 30 s. Assim, todos os polos de malha aberta do modelo do processo que estão fora do círculo de raio  $e^{(-3/30)T_s} \approx 0,9$  serão cancelados pelo filtro preditor (equação (2.25)), garantindo com isso a eliminação do polo na origem. O polo do filtro é selecionado como  $D_f(z) = (z - 0,9)$ , de modo a não ser mais lento que a dinâmica desejada para rejeição de perturbação. Assim, pode-se usar a equação (2.26) para determinar o numerador do filtro, como  $(z - 0,9) - z^{-5}N_f(z) = (z - 1)(z - 1)p(z)$ .

Reescrevendo a equação em termos de potências positivas, tem-se que

$$\begin{aligned} (z - 0,9)z^5 - N_f(z) &= (z - 1)^2p(z) \\ z^6 - 0,9z^5 - N_f(z) &= (z^2 - 2z + 1)p(z). \end{aligned}$$

O polinômio  $p(z)$  é o resíduo e deve ser selecionado com o intuito de completar a ordem do polinômio do termo da esquerda. Como o denominador do filtro  $D_f(z)$  foi escolhido de primeira ordem, o numerador do filtro também deve ser de primeira ordem, de forma que o filtro seja próprio, ou seja,  $N_f(z) = az + b$ . Essa escolha resulta na igualdade:

$$z^6 - 0,9z^5 - (az + b) = (z^2 - 2z + 1)(cz^4 + dz^3 + ez^2 + fz + g).$$

Igualando termo a termo e solucionando o sistema de equações, tem-se que  $a = 1,5$ ;  $b = -1,4$ ;  $c = 1$ ;  $d = 1,1$ ;  $e = 1,2$ ;  $f = 1,3$  e  $g = 1,4$ . Assim, o filtro do preditor é dado por

$$F_r(z) = \frac{N_f(z)}{D_f(z)} = \frac{az + b}{z - 0,9} = \frac{1,5z - 1,4}{z - 0,9}.$$

### 2.2.3 Análise de robustez para o caso SISO

A análise feita até agora em relação ao preditor de Smith filtrado tem sido para modelagem perfeita, ou seja para o caso no qual o modelo nominal,  $P_n(z)$ , representa fielmente o processo real,  $P(z)$ . Entretanto, como se discutiu na seção 2.1, nas limitações do preditor de Smith tradicional, pequenos erros de modelagem podem levar o sistema à instabilidade, problema esse que pode ser solucionado com uma escolha adequada do filtro de predição no PSF.

Quando um controlador é capaz de controlar um processo mesmo que o modelo usado para o projeto não seja perfeito, diz-se que o mesmo é robusto. O grau de robustez do sistema pode ser medido de várias formas, mas é claro que deverá ser maior quanto maiores forem as incertezas ou erros de modelagem do processo (TORRICO, 2007).

Devido às limitações do conhecimento do processo, os modelos utilizados nunca representam fielmente a dinâmica real da planta. Dessa forma, sempre existirão erros de modelagem na prática. Por isso, quando se quer projetar um sistema de controle robusto devem ser consideradas sequencialmente as seguintes etapas (MORARI; ZAFIRIOU, 1989):

1. estudar as incertezas de modelagem;
2. representar adequadamente as incertezas;
3. projetar os controladores considerando os erros de modelagem para se obter um comportamento robusto do controlador.

Para analisar a robustez do sistema na presença de erros de modelagem, no lugar de representar a planta com um modelo linear, tipicamente se representa por meio de uma família de modelos,  $P_i(z)$ . Dentre os modelos pertencentes à família existe um modelo que usualmente é chamado de modelo nominal,  $P_n(z)$ , o qual normalmente se usa para representar o comportamento padrão ou médio do sistema. Esse tipo de representação é conhecida como uma descrição de incertezas não estruturadas, que permite estudar incertezas associadas com dinâmicas não modeladas por funções de transferência, não linearidades e efeitos derivados de processos de linearização. Uma vantagem importante é

que permite uma representação simples e unificada das incertezas independentemente da sua origem (TORRICO, 2007).

Assim, a família de modelos pode ser representada usando uma descrição aditiva ou absoluta do erro de modelagem,  $\Delta P$ , como na equação (2.28), ou também através de uma descrição multiplicativa ou relativa do mesmo erro,  $\delta P$ , como na equação (2.29) (MORARI; ZAFIRIOU, 1989).

$$P_i(z) = P_n(z) + \Delta P_i(z) \quad (2.28)$$

$$P_i(z) = P_n(z)[1 + \delta P_i(z)] \quad (2.29)$$

Nessa representação,  $\Delta P_i(z)$  ou  $\delta P_i(z)$  definem a forma do erro no domínio da frequência para cada modelo  $i$  da família. A representação no domínio da frequência se obtém substituindo  $z$  por  $e^{j\omega T_s}$ , onde  $T_s$  é o período de amostragem e o termo  $e^{j\omega T_s}$  é periódico em frequência com um período de  $\frac{2\pi}{T_s}$ .

Devido à periodicidade, a resposta em frequência dos sistemas discretos pode ser analisada somente para  $f \in \left[-\frac{1}{2T_s}, \frac{1}{2T_s}\right)$ , ou equivalentemente  $\omega \in \left[-\frac{\pi}{T_s}, \frac{\pi}{T_s}\right)$ . Mas como em sistemas reais as curvas de resposta em frequência são simétricas, é suficiente analisar o intervalo de  $\omega \in \left[0, \frac{\pi}{T_s}\right)$ .

**Estabilidade Robusta** - A estabilidade de um sistema em malha fechada pode ser estudada no domínio da frequência por meio do teorema de Nyquist, que conceitualmente é o mesmo tanto para o caso contínuo quanto para o caso discreto.

A estabilidade robusta de um sistema está associada com a capacidade de controlar a família de modelos que representa a dinâmica do processo. Para efeito de análise, considera-se a estrutura da figura 6, que representa o esquema geral de um sistema de controle tradicional.

Da figura 6, para efeitos de análise, pode-se obter a equação característica para cada um dos integrantes da família de plantas, dada por:

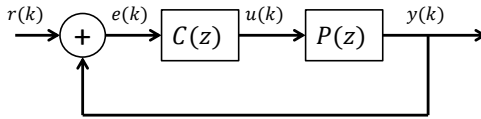
$$1 + C(e^{j\omega T_s})P_i(e^{j\omega T_s}) = 0. \quad (2.30)$$

Na condição nominal, tem-se que

$$1 + C(e^{j\omega T_s})P_n(e^{j\omega T_s}) = 0. \quad (2.31)$$

Levando em consideração que a planta pode ser representada

Figura 6 – Sistema de controle em malha fechada.



Fonte: Elaborado pelo autor.

com um erro de modelagem aditivo, apresentado na equação (2.28), a equação característica pode ser reescrita da seguinte maneira

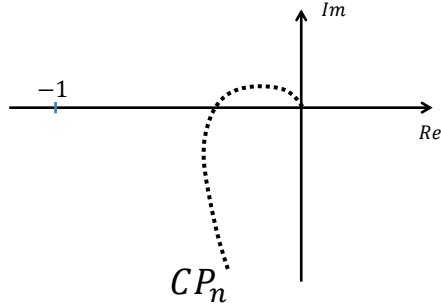
$$1 + C(e^{j\omega T_s})[P_n(e^{j\omega T_s}) + \Delta P_i(e^{j\omega T_s})] = 0. \quad (2.32)$$

Quando se projeta um controlador para um processo qualquer, tipicamente o projeto é feito com base no modelo nominal que se tem da planta. Se o controlador é capaz de manter as características desejadas no modelo nominal e é capaz de manter estável a dinâmica do modelo, então pode-se dizer que o projeto feito controla adequadamente o modelo nominal,  $P_n(z)$ . Supondo que  $C(z)$  estabiliza  $P_n(z)$  e que o diagrama polar do sistema está dado pelo diagrama da figura 7, para poder garantir estabilidade robusta do sistema real representado por cada um dos integrantes da família de modelos,  $P_i(z)$ , tomando o mesmo controlador  $C(z)$  que foi projetado para  $P_n(z)$ , o diagrama polar de  $C(z)P_i(z)$  (para cada planta da família e em toda frequência) tem que manter a mesma posição relativa que  $C(z)P_n(z)$  em relação ao ponto  $(-1,0)$ . Na figura 8, evidencia-se uma das plantas da família denominada como  $P_u(z)$ , mantendo a mesma posição relativa com respeito ao modelo nominal. Para garantia da estabilidade robusta, todas as demais plantas da família também terão que manter a mesma posição relativa em todo o espectro de frequência.

Caso se tome um ponto qualquer em uma frequência  $\omega_o$  qualquer da curva  $C(e^{j\omega_o T_s})P_n(e^{j\omega_o T_s})$  (**ponto A**), vai se ter um ponto equivalente na curva da planta  $P_u(z)$ , pertencente à família de plantas,  $C(e^{j\omega_o T_s})P_u(e^{j\omega_o T_s})$  (**ponto B**). Para que a condição de estabilidade de Nyquist se cumpra, uma condição suficiente é que a distância entre o ponto A e o ponto B seja menor que a distância que existe entre o ponto  $(-1,0)$  (**ponto C**) e o ponto A. Deve-se notar que essa é uma condição conservadora, mas é suficiente para garantir estabilidade robusta.

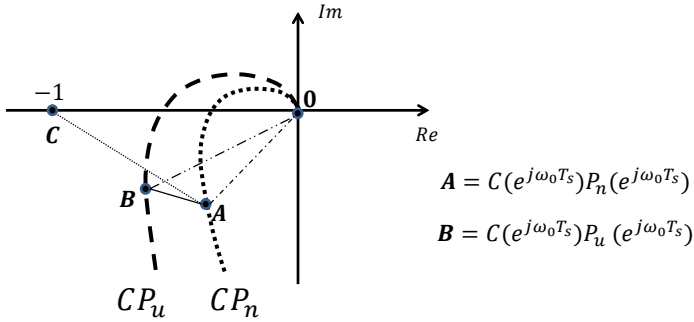
As distâncias da figura 8 podem ser representadas em termos

Figura 7 – Diagrama polar de  $C(e^{j\omega T_s})P_n(e^{j\omega T_s})$ .



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 8 – Diagrama para análise de robustez.



Fonte: Elaborado pelo autor.

geométricos, colocando-as como módulos de vetores:

$$\begin{aligned}
 |0A| &= |C(e^{j\omega_o T_s})P_n(e^{j\omega_o T_s})| \\
 |0B| &= |C(e^{j\omega_o T_s})P_u(e^{j\omega_o T_s})| \\
 |AB| &= |C(e^{j\omega_o T_s})P_u(e^{j\omega_o T_s}) - C(e^{j\omega_o T_s})P_n(e^{j\omega_o T_s})| \\
 |AC| &= |-1 - C(e^{j\omega_o T_s})P_n(e^{j\omega_o T_s})| = |1 + C(e^{j\omega_o T_s})P_n(e^{j\omega_o T_s})|.
 \end{aligned}$$

Note que como cada integrante da família das plantas,  $P_i(z)$ , deve manter a mesma posição relativa que  $P_u(z)$ , pode-se fazer a troca de variável de  $P_u(z)$  para  $P_i(z)$ , dado que se vale para todo  $P_i(z)$ , vale

para  $P_u(z)$ , visto que  $P_u(z)$  também pertence à família, logo é um dos  $P_i(z)$ . Assim, o vetor  $|AB|$  é representado como

$$|AB| = |C(e^{j\omega_o T_s})P_i(e^{j\omega_o T_s}) - C(e^{j\omega_o T_s})P_n(e^{j\omega_o T_s})|.$$

Como o erro aditivo apresentado na equação (2.28) para a frequência  $\omega_o$  é representado por  $P_i(e^{j\omega_o T_s}) = P_n(e^{j\omega_o T_s}) + \Delta P_i(e^{j\omega_o T_s})$ , substituindo no vetor  $|AB|$  se chega em que a representação geométrica do vetor é dada por  $|AB| = |C(e^{j\omega_o T_s})\Delta P_i(e^{j\omega_o T_s})|$ . Para garantir a estabilidade por Nyquist tem-se que cumprir que  $|AB| < |AC|$ . Desenvolvendo a desigualdade, chega-se a

$$\begin{aligned} |AB| &< |AC| \\ |C(e^{j\omega_o T_s})\Delta P_i(e^{j\omega_o T_s})| &< |1 + C(e^{j\omega_o T_s})P_n(e^{j\omega_o T_s})|. \end{aligned}$$

Colocando em evidência  $\Delta P_i$  e generalizando a expressão para toda frequência, obtém-se

$$|\Delta P_i(e^{j\omega T_s})| < \frac{|1 + C(e^{j\omega T_s})P_n(e^{j\omega T_s})|}{|C(e^{j\omega T_s})|} \quad \forall \omega \in [0, \pi/T_s], \quad (2.33)$$

ou de forma equivalente:

$$|\delta P(e^{j\omega T_s})| = \frac{|\Delta P_i(e^{j\omega T_s})|}{|P_n(e^{j\omega T_s})|} < \frac{|1 + C(e^{j\omega T_s})P_n(e^{j\omega T_s})|}{|C(e^{j\omega T_s})P_n(e^{j\omega T_s})|} \quad \forall \omega \in [0, \pi/T_s]. \quad (2.34)$$

Diz-se então que o controlador é robusto e define-se o índice de robustez do controlador projetado como:

$$|dP(e^{j\omega T_s})| = \frac{|1 + C(e^{j\omega T_s})P_n(e^{j\omega T_s})|}{|C(e^{j\omega T_s})P_n(e^{j\omega T_s})|} \quad \forall \omega \in [0, \pi/T_s], \quad (2.35)$$

que coincide com a inversa do módulo da função de transferência da saída para a referência do sistema da figura 6 e também com a função de sensibilidade complementar, que é justamente a que determina a robustez à variação de parâmetros do processo e também a capacidade do sistema de rejeição de ruídos nas variáveis mensuradas.

Quando a condição da equação (2.33) ou da equação (2.34) é satisfeita, para todo  $i$ , pode-se afirmar que o sistema em malha fechada mantém a estabilidade para todos os modelos pertencentes à família de plantas.



Com o fim de tratar todas as plantas da família, tipicamente define-se o máximo erro de modelagem  $(\overline{\Delta P}(e^{j\omega T_s}))$  em cada frequência, tal que  $|\overline{\Delta P}(e^{j\omega T_s})| \geq |\Delta P_i(e^{j\omega T_s})|$ . Assim, pode-se garantir estabilidade robusta com o projeto do controlador,  $C(z)$ , reescrevendo a equação (2.33) como segue

$$|\overline{\Delta P}(e^{j\omega T_s})| < \frac{|1 + C(e^{j\omega T_s})P_n(e^{j\omega T_s})|}{|C(e^{j\omega T_s})|} \quad \forall \omega \in [0, \pi/T_s). \quad (2.36)$$

O mesmo critério de estabilidade robusta da equação (2.36) poderia ser expressado em termos do erro multiplicativo, no qual a relação entre os erros de modelagem está definida por  $\delta P_i = \frac{\Delta P_i}{P_n}$ . Assim, o critério de estabilidade robusta pode ser escrito de forma alternativa como

$$|\delta \overline{P}(e^{j\omega T_s})| < \frac{|1 + C(e^{j\omega T_s})P_n(e^{j\omega T_s})|}{|C(e^{j\omega T_s})P_n(e^{j\omega T_s})|} \quad \forall \omega \in [0, \pi/T_s). \quad (2.37)$$

**Robustez do preditor de Smith filtrado:** o filtro de robustez cumpre um papel importante na presença de erros de modelagem, dado que permite aumentar a robustez na estrutura do preditor de Smith. Para entender como isso acontece, substitui-se da equação característica do PSF o modelo do processo real,  $P(z)$ , por uma família de modelos lineares com incerteza multiplicativa,  $P_i(z)$ , como mostrado na equação (2.29). Assim, a equação característica de malha fechada do PSF pode ser escrita de forma alternativa como:

$$1 + C(z)G_n(z) + C(z)F_r(z)(P_i(z) - P_n(z)) = 0. \quad (2.38)$$

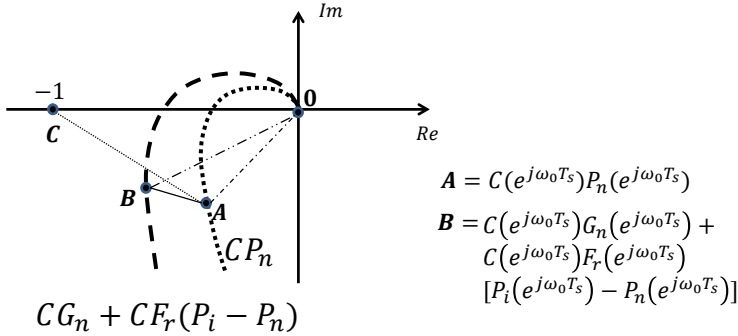
Na figura 9, pode-se evidenciar o diagrama polar em malha aberta representando o critério de robustez, no qual verifica-se que a distância entre os pontos A e B (na mesma frequência) é menor que a distância entre o ponto A e o ponto (-1,0). Essa condição pode ser escrita em termos geométricos como:

$$|C(z)G_n(z) + C(z)F_r(z)(P_i(z) - P_n(z)) - C(z)G_n(z)| < |1 + C(z)G_n(z)|, \quad (2.39)$$

para  $z = e^{j\omega T_s}$  com  $\omega \in [0, \pi/T_s)$

Através da definição de incerteza multiplicativa apresentada em

Figura 9 – Diagrama polar do PSF.



Fonte: Elaborado pelo autor.

(2.29), verifica-se que  $\delta P(z) = \frac{P_n(z) - P_i(z)}{P_n(z)}$ , e portanto, a condição de estabilidade robusta do preditor de Smith filtrado pode ser escrita como

$$|\delta P_{max}(e^{j\omega T_s})| < dP(e^{j\omega T_s}) = \frac{|1 + C(e^{j\omega T_s})G_n(e^{j\omega T_s})|}{|C(e^{j\omega T_s})G_n(e^{j\omega T_s})F_r(e^{j\omega T_s})|}, \quad (2.40)$$

para  $0 \leq \omega < \pi/T_s$ . A partir da equação (2.40) pode-se concluir que  $F_r(z)$  deve ser utilizado para reduzir o ganho do índice de robustez ( $dP(e^{j\omega T_s})$ ) nas frequências em que as incertezas multiplicativas ameacem a condição de estabilidade robusta (SANTOS, 2011).

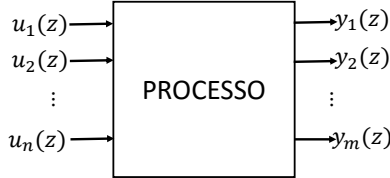
### 2.3 REPRESENTAÇÃO DOS MODELOS MULTIVARIÁVEIS

Nesta seção apresenta-se uma possibilidade de representação dos modelos matemáticos lineares empregados na teoria de controle multivariável. Esse tipo de modelo tenta representar o comportamento dinâmico dos processos reais em um ponto de operação específico e tipicamente faz uso de matrizes de transferências ou variáveis de estado. Neste trabalho, serão empregadas matrizes de transferência.

Parte-se do conceito de que qualquer processo pode ser representado por um bloco genérico com um determinado número de entradas e saídas, como pode ser visto na figura 10. Quando esse número de entradas e de saídas é maior do que a unidade, o sistema é dito um sistema multivariável ou simplesmente um sistema MIMO (do inglês

*multi input multi output*).

Figura 10 – Processo multivariável.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma das características inerentes de processo multivariável é a presença de interações entre as variáveis que compõem o sistema. Essas interações são caracterizadas pelo fato de uma variável de entrada do sistema afetar, em maior ou menor proporção, todas ou várias saídas do sistema, o que dificulta a operação do processo e o projeto de controle. Por isso, é importante levar em consideração em qualquer projeto de controle multivariável o efeito das interações e como elas podem prejudicar as especificações de operação do processo (MORILLA; GARRIDO; VÁSQUEZ, 2013).

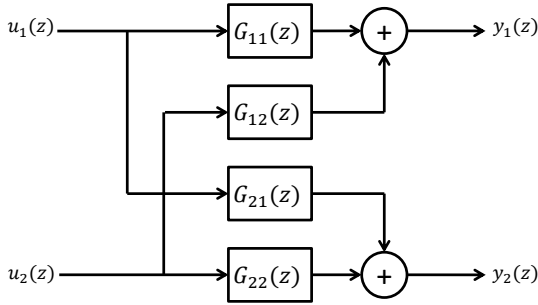
Para facilitar o entendimento das interações, assume-se um sistema MIMO com duas entradas,  $u_1(z)$  e  $u_2(z)$ , e duas saídas,  $y_1(z)$  e  $y_2(z)$ , como o representado na figura 11, onde os blocos  $G_{ij}(z)$  são funções de transferência e as relações entre as entradas e as saídas do sistema podem ser representadas pelas equações (2.41) e (2.42), nas quais pode-se perceber que cada saída é influenciada pelas duas entradas.

$$y_1(z) = G_{11}(z)u_1(z) + G_{12}(z)u_2(z) \quad (2.41)$$

$$y_2(z) = G_{21}(z)u_1(z) + G_{22}(z)u_2(z) \quad (2.42)$$

As variáveis de um processo multivariável podem ser classificadas em função do papel que desempenham num sistema de controle. As variáveis manipuladas são aquelas entradas que podem ser alteradas pelo controle ou pela operação manual. As variáveis controladas são aquelas saídas do processo que agem de forma previsível com todas ou algumas das variáveis manipuladas. As variáveis não controladas são aquelas saídas do processo que não são acessíveis ou, ainda que sejam acessíveis, ficaram fora do objetivo de controle. E, por último, tem-se as perturbações, que são aquelas entradas do processo que não podem ser alteradas nem manipuladas e que agem de forma aleatória ou sis-

Figura 11 – Sistema multivariável  $2 \times 2$ .



Fonte: Elaborado pelo autor.

temática sobre o processo. Essas perturbações podem ser classificadas como mensuráveis e não mensuráveis e informações obtidas sobre as primeiras podem ser utilizadas em um sistema de controle antecipativo com o fim de atenuar sua influência no processo (MORILLA; GARRIDO; VÁSQUEZ, 2013).

Às vezes o problema das interações pode ser solucionado com uma escolha adequada das variáveis controladas e manipuladas. Uma das ferramentas utilizadas para resolver o problema de determinar a entrada mais adequada para manipular uma saída é conhecida como a matriz de ganhos relativos (RGA, do inglês *relative gain array*) (BRISTOL, 1966).

No entanto, quando o grau de interação é significativo, o mais comum é realizar um projeto MIMO do controlador ou adicionar ao sistema uma rede de desacoplamento que permita eliminar ou diminuir as interações entre as variáveis (ALBERTOS; SALA, 2004; SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2001; GOODWIN; GRAEBE; SALGADO, 2001; WALLER; WALLER; WALLER, 2003; MORILLA; GARRIDO; VÁSQUEZ, 2013). A rede de desacoplamento tipicamente apresenta a função de dividir o sistema multivariável em subsistemas monovariáveis. Se esse objetivo for atingido e o desacoplamento for perfeito, pode-se tratar cada par de variáveis entrada-saída como um sistema SISO.

Quando o sistema multivariável possui atrasos, o projeto de controle é ainda mais difícil, visto que cada saída é afetada por cada entrada com diferente atraso (JEROME; RAY, 1986). Como resultado, cada processo dentro do laço multivariável pode ser representado como

uma matriz de transferência  $n \times m$  com elementos parciais descritos por  $P_{nij}(z) = G_{nij}(z)z^{-d_{ij}}$  em tempo discreto, no qual se relaciona a  $j$ -ésima entrada com a  $i$ -ésima saída, onde  $G_{nij}(z)$  é a função de transferência sem atraso e  $d_{ij}$  é o atraso de transporte discreto de cada elemento.

$$\mathbf{P}_n(z) = \begin{bmatrix} G_{11}(z)z^{-d_{11}} & G_{12}(z)z^{-d_{12}} & \cdots & G_{1m}(z)z^{-d_{1m}} \\ G_{21}(z)z^{-d_{21}} & G_{22}(z)z^{-d_{22}} & \cdots & G_{2m}(z)z^{-d_{2m}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n1}(z)z^{-d_{n1}} & G_{n2}(z)z^{-d_{n2}} & \cdots & G_{nm}(z)z^{-d_{nm}} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

## 2.4 PREDITOR DE SMITH MIMO

A estrutura do preditor de Smith foi estendida para sistemas multivariáveis por alguns autores, como (JEROME; RAY, 1986; OGUNNAIKE; RAY, 1979; ALEVISAKIS; SEBORG, 1973), visando solucionar os problemas de atraso nos sistemas multivariáveis, e tentando manter as características do preditor de Smith tradicional no caso MIMO. Essas abordagens, além de não permitirem a extensão de todas as propriedades para o caso MIMO, ainda apresentam as mesmas limitações do PS no caso SISO, como a impossibilidade de aplicação a sistemas instáveis em malha aberta.

### 2.4.1 Contribuições ao preditor de Smith MIMO

Em Ogunnaike e Ray (1979) é apresentada uma técnica para tratar sistemas multivariáveis com múltiplos atrasos, por meio de um compensador multi atrasos. Esse tipo de compensador é capaz de lidar com diferentes combinações nos estados de atraso, tais como os atrasos gerados na lei de controle ou atrasos na saída do sistema. Para atrasos na entrada, o compensador tem uma estrutura semelhante à estrutura de realimentação linear quadrática ótima apresentada em (SOLIMAN; RAY, 1972). O artigo de Ogunnaike e Ray (1979) apresenta resultados de simulação para esse compensador que evidenciaram melhoras em relação às propostas anteriores para tratar sistemas MIMO com atraso. Todavia, o compensador proposto não era capaz de estender as três propriedades do preditor de Smith para o caso nominal sem erro de modelagem (eliminar o atraso da equação característica, ter uma predição da

saída do sistema para mudanças de referência e compensação dinâmica ideal para rejeição de perturbações) e não tinha garantias de predição ótima nem garantias de robustez.

Em Jerome e Ray (1986) se expõe uma evolução do compensador multi atrasos proposto inicialmente em Oggunaike e Ray (1979). Nesse trabalho se fez uma generalização do compensador multi atrasos, a qual tem a característica de atingir as condições de projeto levando em consideração tanto os atrasos quanto as interações entre as variáveis. A estrutura foi chamada de preditor de Smith MIMO (MIMO-SP). A ideia básica do trabalho foi separar da matriz de transferência do processo os atrasos efetivos de cada saída. Como contribuição do trabalho de Jerome e Ray (1986), ainda merece ser citado o que os autores chamaram de teste rearranjo, o qual é uma característica que um sistema pode ter quando é possível alocar o menor atraso de transporte na diagonal principal da matriz de transferência fazendo só trocas de linhas ou colunas. Caso o sistema possua essa característica, pode-se compensar o atraso em todas as malhas e projetar um controlador capaz de desacoplar as interações entre as malhas do sistema.

As pesquisas para tentar resolver os problemas dos atrasos nas malhas de controle em sistemas multivariáveis geralmente propõem estender o preditor de Smith, mas a busca na literatura revelou que essas extensões no caso multivariável não são únicas, pois diferentes projetos de compensadores de atraso apresentam diferentes resultados dependendo de que tipo de característica do preditor de Smith seja estendida (JEROME; RAY, 1986).

Em Wang, Zou e Zhang (2000) é apresentado um novo esquema de preditor de Smith multivariável para desacoplar e estabilizar processos multivariáveis com múltiplos atrasos, projetando os desacopladores no domínio da frequência e reduzindo o modelo em múltiplas malhas de preditores de Smith. Em contraste, baseados na estrutura do modelo de controle interno (IMC, do inglês *Internal Model Control*) (MORARI; ZAFIRIOU, 1989), foram propostos métodos de controle que melhoram o desacoplamento de variáveis com alguns algoritmos de otimização numérica no domínio da frequência (DONG; BROSILOW, 1997).

Em Flesch et al. (2011) se apresenta uma proposta de um compensador unificado de atraso para tratar sistemas MIMO com múltiplos atrasos. Essa proposta é a generalização da estrutura SISO do preditor de Smith filtrado. Portanto, o compensador pode ser empregado em sistemas estáveis, instáveis e integradores com múltiplos atrasos. A estrutura proposta é capaz de compensar o atraso efetivo de cada saída e sua sintonia é simples e pode-se realizar levando em consideração o

compromisso entre velocidade de resposta e robustez.

Em Santos, Flesch e Normey-Rico (2014) se evidencia a implementação da estrutura unificada do preditor de Smith filtrado para processos MIMO com múltiplos atrasos. No trabalho são analisados modelos com atrasos com o objetivo de estender as características originais do preditor de Smith filtrado SISO aos processos MIMO com múltiplos atrasos. A estratégia pode ser aplicada para o controle de processos instáveis com múltiplos atrasos; para isso se leva em consideração um modelo sem nenhum tipo de atraso na entrada, na saída ou no acoplamento interno das variáveis. Além disso, para processos estáveis em malha aberta o compensador pode acelerar a rejeição de perturbações de um processo MIMO com múltiplos atrasos usando um modelo nominal sem atrasos.

Também é importante ressaltar que os processos multivariáveis podem apresentar uma estrutura que não seja quadrada, o que quer dizer que o sistema pode ter diferentes números de entradas e saídas. Um exemplo comum na literatura desse tipo de processo multivariável não quadrado com múltiplos atrasos é o problema de controle da Shell (PRETT; MORARI, 1987; SESHAGIRI; CHIDAMBARAM, 2006; VALCHOS; WILLIAMS; GOMM, 2002), que tem sete variáveis manipuladas e cinco variáveis controladas. Em muitos casos, para tratar este tipo de processos com múltiplos atrasos se usam métodos de controle tradicionais que são empregados para sistemas multivariáveis quadrados e projetos de controladores multivariáveis descentralizados. Qualquer das duas abordagens tipicamente resulta em um baixo desempenho da ação de controle para os casos multivariáveis não quadrados (SESHAGIRI; CHIDAMBARAM, 2006).

Em Seshagiri e Chidambaram (2006) os autores estendem a estrutura do preditor de Smith para processos não quadrados representados por funções de transferência de primeira ordem com atraso e o desacoplamento das variáveis se faz somente no estado de equilíbrio utilizando a pseudoinversa da matriz de ganhos. Em Pop, Keyser e Ionescu (2011) utiliza-se um método melhorado de Seshagiri e Chidambaram (2006) no qual o projeto do controlador primário é baseado num enfoque da estrutura do modelo de controle interno IMC na mesma estrutura do preditor de Smith multivariável. Esse controle é fácil de ser determinado analiticamente e, segundo os autores, apresenta bons resultados rejeitando perturbações, levando o sistema ao estado estacionário, e além de ter a vantagem de que o projeto não está limitado a processos que podem ser descritos por modelos de primeira ordem.

Em Flesch, Santos e Normey-Rico (2012) é apresentada a estru-

tura do preditor de Smith filtrado para processos multivariáveis não quadrados com múltiplos atrasos. A estratégia proposta é capaz de compensar os atrasos mínimos por saída em processos estáveis, integradores e instáveis, conseguindo manter o compromisso entre robustez e comportamento dinâmico do sistema.

Em Mirkin, Plamor e Shneiderman (2012) se apresenta um procedimento de projeto empregando a técnica *Loop-Shifting*, que transforma um problema típico com múltiplos atrasos, tanto nas entradas quanto nas saídas, num problema equivalente com atraso livre por meio de argumentos Loop-Shifting. Para isso, o enfoque proposto produz a denominada ação feedforward em um preditor de Smith que contém termos de compensação entre os canais do sistema junto com a realimentação interna convencional. A técnica consegue que na entrada da planta se compensem os efeitos dos canais de controle com maior atraso em todas as direções do sinal regulado que afeta os canais com um atraso menor.

#### 2.4.2 Preditor de Smith Filtrado MIMO

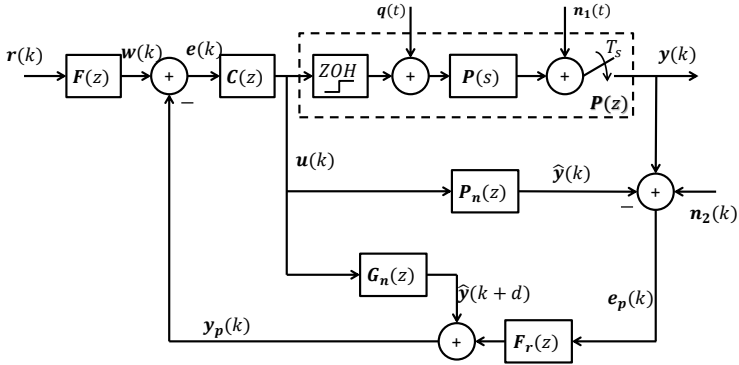
Para o caso dos processos MIMO, é possível considerar diferentes tipos de modelos rápidos dependendo do tipo de compensador de atraso empregado e das características de compensação de atraso desejadas (SANTOS; FLESCHE; NORMEY-RICO, 2014). Usando as ideias apresentadas em (OGUNNAIKE; RAY, 1979) se obtém a propriedade da equação característica sem atraso e a saída de predição nominal se atinge utilizando a filosofia empregada em (JEROME; RAY, 1986).

Como apresentado na seção 2.2, o preditor de Smith filtrado proposto por (NORMEY-RICO; CAMACHO, 1997) apresenta uma solução efetiva para tratar os problemas do preditor de Smith tradicional no caso SISO. A estrutura do PSF unificada de (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2009) foi estendida para o caso MIMO na presença de múltiplos atrasos em (FLESCHE et al., 2011). Essa extensão conserva a mesma estrutura do PSF SISO, no qual o esquema da figura 12 serve para a análise e a estrutura da figura 13 serve para a implementação. Nas figuras,  $\mathbf{P}_n(z) = \mathbf{G}_n(z)\mathbf{L}_n(z)$  é o processo nominal discretizado com um sustentador de ordem zero,  $\mathbf{G}_n(z)$  é o modelo rápido (modelo sem atraso),  $\mathbf{L}_n(z)$  é a matriz de atrasos mínimos por saída do modelo,  $ZOH$  é o sustentador de ordem zero,  $\mathbf{P}(s)$  é a planta,  $\mathbf{P}(z)$  é o equivalente discreto da planta contínua mais o sustentador de ordem zero e o amostrador com perturbações nulas,  $\mathbf{F}(z)$  é um filtro de referência



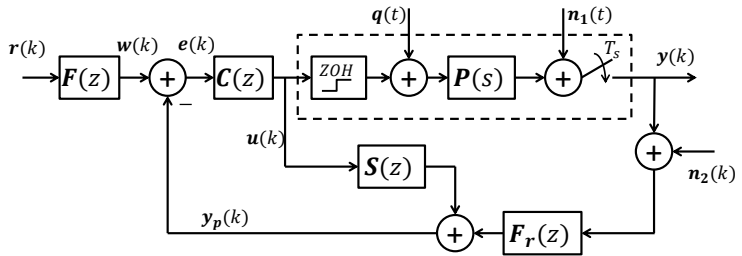
MIMO tradicional utilizado para melhorar o seguimento de referência,  $\mathbf{F}_r(z)$  é o filtro do preditor MIMO empregado para aprimorar as características do PS,  $\mathbf{C}(z)$  é o controlador primário MIMO,  $\mathbf{S}(z)$  é o preditor MIMO estável. Além disso,  $\mathbf{r}(k)$  é a referência,  $\mathbf{w}(k)$  é a referência filtrada,  $\mathbf{e}(k)$  é o erro entre a referência e a predição da saída,  $\mathbf{u}(k)$  é o sinal de controle,  $\mathbf{y}(k)$  é a saída da planta amostrada,  $\hat{\mathbf{y}}(k)$  é a saída predita pelo modelo,  $\mathbf{e}_p(k)$  é o erro de predição,  $\mathbf{y}_p(k)$  é a predição da saída,  $\mathbf{q}(t)$  é uma perturbação de carga,  $\mathbf{n}_1(t)$  é uma perturbação de saída,  $\mathbf{n}_2(t)$  é uma perturbação na medição das saídas do processo.

Figura 12 – Preditor de Smith Filtrado MIMO estrutura de análise.



Fonte: Adaptado de (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007).

Figura 13 – Preditor de Smith filtrado MIMO estrutura de implementação.



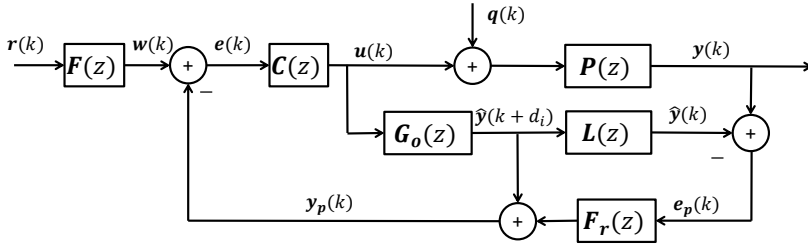
Fonte: Adaptado de (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007).

Em Santos, Flesch e Normey-Rico (2014) foram consideradas

duas abordagens diferentes a serem empregadas na estrutura do PSF MIMO com o objetivo de estender algumas características do PSF SISO. Na primeira, conhecida como *output DTC*, considera-se um modelo rápido,  $\mathbf{G}_o(z)$ , que tem os atrasos mínimos por saída removidos. A segunda abordagem, conhecida como *full DTC*, usa um modelo rápido,  $\mathbf{G}_f(z)$ , sem nenhum tipo de atraso, seja na entrada, saída ou nos acoplamentos internos. Essa adoção de diferentes modelos rápidos faz com que seja possível estender diferentes propriedades do caso SISO para cada uma das abordagens multivariáveis.

Na primeira abordagem, *output DTC*, dado que se realiza uma compensação efetiva dos atrasos do modelo rápido ( $\mathbf{G}_o(z)$ ), pode-se adotar a representação através da estrutura da figura 14. A principal vantagem dessa abordagem é que a característica de predição de saída do caso SISO é mantida para o caso MIMO. Assim, a resposta esperada no processo real,  $\mathbf{P}(z)$ , será a mesma resposta projetada para o modelo rápido,  $\mathbf{G}_o(z)$ , no caso nominal.

Figura 14 – Preditor de Smith filtrado MIMO na abordagem do *output DTC*.



Fonte: Adaptado de (SANTOS; FLESCHE; NORMEY-RICO, 2014).

Para entender como essa característica é mantida nessa abordagem, toma-se como base que a matriz  $\mathbf{P}_n(z)$ , da equação (2.43), deve ser uma representação nominal do processo real  $\mathbf{P}(z)$ . Dessa forma, pode-se representar a equação da saída do processo real MIMO como

$$\mathbf{Y}(z) = \mathbf{P}(z)\mathbf{U}(z), \quad (2.44)$$

na qual,  $\mathbf{U}(z) \in \mathbb{R}^m$  denota um vetor com cada uma das transformadas Z dos sinais de entrada do processo MIMO no domínio discreto e  $\mathbf{Y}(z) \in \mathbb{R}^n$  representa a transformada Z de cada uma das saídas do processo MIMO. Sabe-se que como o *output DTC* compensa os atrasos

efetivos por saída, o modelo rápido,  $\mathbf{G}_o(z)$ , é representado pela matriz de transferência da equação (2.45).

$$\mathbf{G}_o(z) = \begin{bmatrix} G_{11}(z)z^{-d_{11}+d_1} & G_{12}(z)z^{-d_{12}+d_1} & \cdots & G_{1m}(z)z^{-d_{1m}+d_1} \\ G_{21}(z)z^{-d_{21}+d_2} & G_{22}(z)z^{-d_{22}+d_2} & \cdots & G_{2m}(z)z^{-d_{2m}+d_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n1}(z)z^{-d_{n1}+d_n} & G_{n2}(z)z^{-d_{n2}+d_n} & \cdots & G_{nm}(z)z^{-d_{nm}+d_n} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

De cada uma das saídas do modelo nominal,  $\mathbf{G}_o(z)$ , subtrai-se o atraso mínimo dado por  $d_i = \min(d_{ij})$  com  $i = 1, \dots, n$  e  $j = 1, \dots, m$ . Esse atraso mínimo é alocado em uma matriz diagonal dada por  $\mathbf{L}(z) = \text{diag}[z^{-d_1}, \dots, z^{-d_n}]$ . Portanto, o modelo nominal,  $\mathbf{G}_o(z)$ , é formado unicamente pelas dinâmicas não atrasadas da planta nominal mais os atrasos resultantes da subtração entre o atraso de cada elemento e do atraso efetivo (mínimo) para sua saída correspondente. Dessa forma, o processo nominal,  $\mathbf{P}_n(z)$ , pode ser decomposto como

$$\mathbf{P}_n(z) = \mathbf{L}(z)\mathbf{G}_o(z) \rightarrow \mathbf{G}_o(z) = \mathbf{L}(z)^{-1}\mathbf{P}_n(z). \quad (2.46)$$

Se a planta nominal é igual à planta real ( $\mathbf{P}_n(z) = \mathbf{P}(z)$ ), a saída predita,  $\mathbf{Y}_p(z)$ , é uma antecipação perfeita da saída real,  $\mathbf{Y}(z)$ , sem os atrasos mínimos por saída, como mostrado abaixo, tomando como base a representação de saída da equação (2.44):

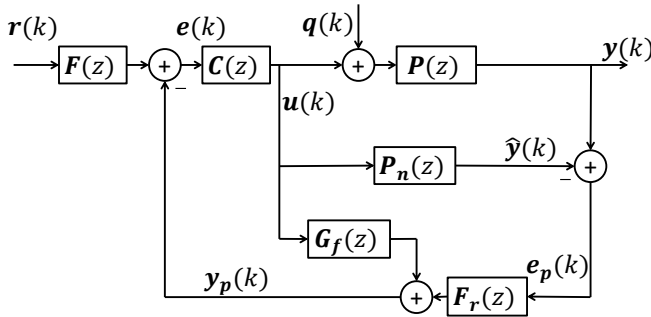
$$\mathbf{Y}_p(z) = \mathbf{G}_o(z)\mathbf{U}(z) = \mathbf{L}(z)^{-1}\mathbf{P}_n(z)\mathbf{U}(z) = \mathbf{L}(z)^{-1}\mathbf{Y}(z). \quad (2.47)$$

A principal limitação que se tem para o *output DTC* é que o modelo rápido,  $\mathbf{G}_o(z)$ , é um modelo que pode apresentar atrasos na sua dinâmica, dificultando o projeto do controlador primário,  $\mathbf{C}(z)$ , dado que para isso devem ser levados em consideração os atrasos restantes.

Na segunda abordagem, *full DTC*, ocorre uma compensação total dos atrasos, na qual o modelo rápido fica livre de atrasos. Assim, nessa abordagem não é mais possível fatorar o modelo do processo em um produto de matrizes contendo uma matriz  $\mathbf{L}(z)$  para representar os atrasos mínimos por saída. Dessa forma, a figura 14 não pode mais ser empregada para representar a estrutura resultante, que precisa ser representada através do diagrama da figura 15.

O modelo rápido totalmente compensado está representado pela

Figura 15 – Preditor de Smith filtrado MIMO na abordagem do *full DTC*.



Fonte: Adaptado de (SANTOS; FLESCHE; NORMEY-RICO, 2014).

seguinte matriz de transferência

$$\mathbf{G}_f(z) = \begin{bmatrix} G_{11}(z) & G_{12}(z) & \cdots & G_{1n}(z) \\ G_{21}(z) & G_{22}(z) & \cdots & G_{2n}(z) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{m1}(z) & G_{m2}(z) & \cdots & G_{mn}(z) \end{bmatrix}. \quad (2.48)$$

Pode ser notado que a principal vantagem nessa abordagem é que o controlador primário,  $\mathbf{C}(z)$ , pode ser feito levando em consideração um modelo sem atrasos e um controlador primário que estabilize o modelo rápido, garante estabilidade à estrutura completa de predição no caso nominal (SANTOS; FLESCHE; NORMEY-RICO, 2014). Sua principal limitação reside no fato que mesmo no caso nominal a saída predita  $\mathbf{Y}_p(z) = \mathbf{G}_f(z)\mathbf{U}(z)$  não é uma predição da saída real do processo,  $\mathbf{Y}(z)$ , no sentido de ser uma antecipação da resposta da planta (JEROME; RAY, 1986).

Como a característica de antecipação não é satisfeita, a dinâmica da planta com atraso e a dinâmica do modelo rápido não serão iguais, o que torna difícil a sintonia do controlador primário pensando em uma especificação de malha fechada da planta. Assim, é mais fácil projetar um controlador que estabilize a planta em malha fechada, mas é difícil garantir desempenho.

As relações das matrizes de transferência de malha fechada para a estrutura do preditor de Smith filtrado MIMO apresentada nas figuras 12 e 13 para o caso nominal são apresentadas nas equações (2.49) (referência), (2.50) (perturbação de carga), e (2.51) (perturbação na

saída) as quais são válidas tanto para o *output DTC* quanto para o *full DTC*, desde que feita a substituição do modelo rápido  $\mathbf{G}_n(z)$  por  $\mathbf{G}_o(z)$  ou  $\mathbf{G}_f(z)$ , respectivamente.

$$\mathbf{H}_{yr}(z) = \mathbf{P}_n(z)\mathbf{C}(z)[\mathbf{I} + \mathbf{G}_n(z)\mathbf{C}(z)]^{-1}\mathbf{F}(z) \quad (2.49)$$

$$\mathbf{H}_{yq}(z) = \{\mathbf{I} - \mathbf{P}_n(z)\mathbf{C}(z)[\mathbf{I} + \mathbf{G}_n(z)\mathbf{C}(z)]^{-1}\mathbf{F}_r(z)\}\mathbf{P}_n(z) \quad (2.50)$$

$$\mathbf{H}_{yn}(z) = \mathbf{I} - \mathbf{P}_n(z)\mathbf{C}(z)[\mathbf{I} + \mathbf{G}_n(z)\mathbf{C}(z)]^{-1}\mathbf{F}_r(z) \quad (2.51)$$

Como pode ser observado nas equações (2.49) a (2.51), o preditor de Smith filtrado tem a principal característica de toda estrutura de predição, que é a possibilidade de projetar o controlador primário através do modelo rápido (observe-se que não existem atrasos comuns no  $\det[\mathbf{I} + \mathbf{G}_n(z)\mathbf{C}(z)]$ ).

## 2.5 DESACOPLAMENTO DE PROCESSOS MULTIVARIÁVEIS

Como apresentado na seção 2.3, um sistema multivariável tipicamente apresenta interações entre suas variáveis de entrada e saída. Caso se assuma que o modelo do processo MIMO é dado por uma matriz quadrada de funções de transferência  $\mathbf{P}_n(z)$  não singular e que nenhum de seus elementos tem polos fora do círculo unitário, é possível empregar técnicas de controle por desacoplamento que permitam dissociar as interações inerentes do sistema MIMO. Para processos com atrasos e zeros de fase não mínima, o cálculo do desacoplamento pode gerar elementos com predição ou polos instáveis. Dessa forma, deve-se tomar precauções quando se trabalha com esse tipo de sistemas a fim de poder garantir a realizabilidade do desacoplamento (CHEN; ZHANG., 2007).

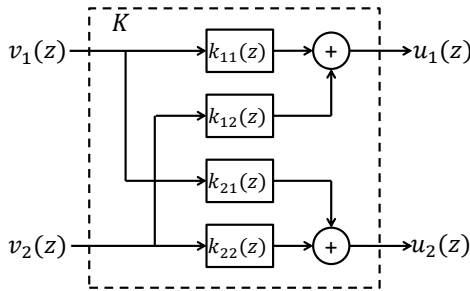
### 2.5.1 Redes de desacoplamento dinâmico

A ideia essencial do desacoplamento é a imposição de uma rede de cálculo que permita cancelar as interações existentes no processo, permitindo ao controle operar independentemente em cada laço do sistema MIMO. Para isso, existem alternativas para realizar um projeto com uma rede de desacoplamento e a mais conhecida delas é chamada de método direto, desacoplamento direto ou ainda desacoplamento linear (JURADO, 2012).

O desacoplamento direto pode ser considerado como uma combi-

nação das variáveis manipuladas para formar uma matriz de funções de transferência,  $\mathbf{K}(z)$ , conhecida como matriz de desacoplamento, a qual é projetada de tal forma que o produto entre essa matriz e a matriz do processo mantenha os laços de controle como se fossem independentes. Como exemplo, a estrutura do desacoplamento direto de um processo  $2 \times 2$  é apresentada na figura 16, na qual cada bloco elementar  $k_{ij}(z)$  está associado com um elemento da matriz  $\mathbf{K}(z)$ . Esse tipo de compensação é conhecido como desacoplamento direto porque os sinais  $v_i(z)$  gerados pelo controlador diagonal  $\mathbf{C}(z)$  percorrem de forma direta os blocos  $k_{ii}(z)$  até as entradas do processo  $u_i(z)$ . Mais detalhes serão apresentados na seção 2.5.2.

Figura 16 – Rede de desacoplamento direto 2x2.



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 2.5.2 Desacoplamento direto de processos com atraso

Com a ideia de entender o funcionamento do desacoplamento direto pode-se analisar o caso particular de um sistema MIMO  $2 \times 2$  discreto. Visando obter um desacoplamento perfeito, a rede de desacoplamento junto com a planta vão formar um processo aparente  $\mathbf{Q}(z)$  que unicamente deve ter elementos na diagonal principal, como se pode ver na equação (2.52). O sistema MIMO para esta análise será considerado com múltiplos atrasos, que vão influenciar a realizabilidade de cada desacoplamento e que vão dificultar o projeto de controle.

$$\begin{bmatrix} g_{11}(z)z^{-d_{11}} & g_{12}(z)z^{-d_{12}} \\ g_{21}(z)z^{-d_{21}} & g_{22}(z)z^{-d_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11}(z) & k_{12}(z) \\ k_{21}(z) & k_{22}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11}(z) & 0 \\ 0 & q_{22}(z) \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Em (2.52),  $g_{ij}(z)$  são as funções de transferência do processo sem atraso,  $d_{ij}$  são os atrasos do processo,  $k_{ij}(z)$  são os elementos do desacoplador e  $q_{ii}(z)$  são os processos aparentes. Por convenção, todas as funções de transferência empregadas serão no domínio discreto, por isso, para simplificar a notação, em lugar de escrever  $g_{ij}(z)z^{-d_{ij}}$  será escrito  $g_{ij}z^{-d_{ij}}$ .

Desenvolvendo o desacoplamento da equação (2.52), pode-se perceber que se impõem as relações apresentadas em (2.54) e (2.55) entre os elementos da mesma coluna da matriz de desacoplamento.

$$\begin{bmatrix} g_{11}k_{11}z^{-d_{11}} + g_{12}k_{21}z^{-d_{12}} & g_{11}k_{12}z^{-d_{11}} + g_{12}k_{22}z^{-d_{12}} \\ g_{21}k_{11}z^{-d_{21}} + g_{22}k_{21}z^{-d_{22}} & g_{21}k_{12}z^{-d_{21}} + g_{22}k_{22}z^{-d_{22}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 \\ 0 & q_{22} \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

$$g_{11}k_{12}z^{-d_{11}} + g_{12}k_{22}z^{-d_{12}} = 0 \Rightarrow \frac{k_{12}}{k_{22}} = -\frac{g_{12}z^{-d_{12}}}{g_{11}z^{-d_{11}}} \quad (2.54)$$

$$g_{21}k_{11}z^{-d_{21}} + g_{22}k_{22}z^{-d_{22}} = 0 \Rightarrow \frac{k_{21}}{k_{11}} = -\frac{g_{21}z^{-d_{21}}}{g_{22}z^{-d_{22}}} \quad (2.55)$$

Deve-se cumprir que  $d_{11} \leq d_{12}$  e  $d_{22} \leq d_{21}$  para que os desacopladores sejam realizáveis, garantindo com isso que não se tenham elementos com atraso positivo (elementos no futuro).

Os requisitos de realizabilidade para uma rede de desacoplamento é que todos os elementos do desacoplador têm que ser próprios, causais e estáveis. Por isso, os atrasos, os zeros de fase não mínima e os graus relativos diferentes podem gerar elementos de predição (não causais), polos instáveis ou graus relativos negativos. Caso se tenha um processo que não cumpre com os critérios de realizabilidade, pode-se adicionar um bloco  $N(z)$  com a dinâmica necessária para conseguir a realizabilidade. Com essa dinâmica é possível, na maioria dos casos, forçar a realizabilidade da rede de desacoplamento (JURADO, 2012), porém deve-se notar que no caso específico de atrasos, isso implica em adicionar atrasos artificiais no modelo da planta.

Qualquer solução que cumpra as relações (2.54) e (2.55) é válida. Portanto, têm-se certos graus de liberdade para a escolha dos elementos do desacoplador. Para um sistema MIMO  $2 \times 2$ , tipicamente é empregado um dos quatro desacopladores diretos simplificados que resultam de fixar dois elementos da matriz  $\mathbf{K}(z)$  à unidade (WALLER,

1974). Para poder nomear as quatro possíveis configurações, propõe-se uma notação na qual se indica um número e esse número corresponde à linha que tem o elemento fixado à unidade e a posição desse número indica a coluna em ordem ascendente. Por exemplo, a configuração 2-1, indica que os elementos da matriz ligados à unidade são  $k_{21}$  e  $k_{12}$ , ou seja, na coluna 1 o elemento alocado à unidade é a fila 2 e na coluna 2 o elemento fixado à unidade é a fila 1.

• **Configuração 1-1:**

$$\mathbf{K}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{g_{21}z^{-d_{21}}}{g_{22}z^{-d_{22}}} & -\frac{g_{11}z^{-d_{11}}}{g_{12}z^{-d_{12}}} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{Q}(z) = \begin{bmatrix} \left(g_{11} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{22}}z^{-d_{\theta}}\right)z^{-d_{11}} & 0 \\ 0 & \left(g_{21} - \frac{g_{11}g_{22}}{g_{12}}z^{-d_{\alpha}}\right)z^{-d_{21}} \end{bmatrix};$$

Condição:

$$d_{22} \leq d_{21}$$

$$d_{12} \leq d_{11}$$

• **Configuração 1-2:**

$$\mathbf{K}(z) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{g_{12}z^{-d_{12}}}{g_{11}z^{-d_{11}}} \\ -\frac{g_{21}z^{-d_{21}}}{g_{22}z^{-d_{22}}} & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{Q}(z) = \begin{bmatrix} \left(g_{11} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{22}}z^{-d_{\theta}}\right)z^{-d_{11}} & 0 \\ 0 & \left(g_{22} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{11}}z^{-d_{\theta}}\right)z^{-d_{22}} \end{bmatrix};$$

Condição:

$$d_{11} \leq d_{12}.$$

$$d_{22} \leq d_{21}.$$

• **Configuração 2-1:**

$$\mathbf{K}(z) = \begin{bmatrix} -\frac{g_{22}z^{-d_{22}}}{g_{21}z^{-d_{21}}} & 1 \\ 1 & -\frac{g_{11}z^{-d_{11}}}{g_{12}z^{-d_{12}}} \end{bmatrix};$$



$$\mathbf{Q}(z) = \begin{bmatrix} \left(g_{12} - \frac{g_{11}g_{22}}{g_{21}}z^{-d_\alpha}\right)z^{-d_{12}} & 0 \\ 0 & \left(g_{21} - \frac{g_{11}g_{22}}{g_{12}}z^{-d_\alpha}\right)z^{-d_{21}} \end{bmatrix};$$

Condição:

$$d_{21} \leq d_{22}.$$

$$d_{12} \leq d_{11}.$$

• **Configuração 2-2:**

$$\mathbf{K}(z) = \begin{bmatrix} -\frac{g_{22}z^{-d_{22}}}{g_{21}z^{-d_{21}}} & -\frac{g_{12}z^{-d_{12}}}{g_{11}z^{-d_{11}}} \\ 1 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{Q}(z) = \begin{bmatrix} \left(g_{12} - \frac{g_{11}g_{22}}{g_{21}}z^{-d_\alpha}\right)z^{-d_{12}} & 0 \\ 0 & \left(g_{22} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{11}}z^{-d_\theta}\right)z^{-d_{22}} \end{bmatrix};$$

Condição:

$$d_{21} \leq d_{22}.$$

$$d_{11} \leq d_{12}.$$

com:  $d_\theta = d_{12} + d_{21} - d_{22} - d_{11}$ .

$d_\alpha = d_{11} + d_{22} - d_{12} - d_{21}$ .

É importante notar que em nenhuma das configurações apresentadas, o processo aparente resultante do produto de  $\mathbf{K}(z)$  por  $\mathbf{P}(z)$  é igual aos elementos da diagonal de  $\mathbf{P}(z)$ .

### 2.5.3 Desacoplamento inverso

Em Garrido et al. (2016) foi proposta uma estrutura de controle para sistemas de dimensões  $n \times n$ , baseada em uma estrutura de desacoplamento inverso centralizada, que permite obter expressões simplificadas em cada elemento da matriz de controle.

Para efeitos de análise e explicação do controlador primário, será tratada sua versão contínua no domínio de Laplace e, para efeitos de implementação na estrutura do PSF, o controlador primário será discretizado por uma aproximação bilinear.

Como explicado na seção 2.4.2, sabe-se que o processo nominal da estrutura do PSF é  $\mathbf{P}_n(s) = \mathbf{L}(s)\mathbf{G}_o(s)$  e, portanto o modelo rápido é  $\mathbf{G}_o(s) = \mathbf{L}^{-1}(s)\mathbf{P}_n(s)$ , com  $\mathbf{L}(s)$  sendo a matriz composta pelos atrasos efetivos por linha. Caso se projete um controlador  $\mathbf{C}(s)$  capaz de desacoplar o modelo rápido,  $\mathbf{G}_o(s)$ , então esse controlador também

será capaz de desacoplar o modelo nominal,  $\mathbf{P}_n(s)$ , dando como resultado um processo diagonal aparente,  $\mathbf{T}_n(s)$ , corresponde ao processo aparente nominal desacoplado (com os atrasos mínimos por linha  $\mathbf{L}(s)$ ) e  $\mathbf{T}_o(s)$  corresponde ao modelo rápido aparente desacoplado. Note que se os atrasos mínimos de  $\mathbf{G}_o(s)$  estão na diagonal principal, implica que o modelo diagonal aparente  $\mathbf{T}_o(s)$  fica livre de atrasos. Dessa forma, as relações das matrizes de transferência de malha fechada para a estrutura do preditor de Smith filtrado MIMO apresentadas nas equações (2.49) e (2.50) para o caso nominal podem ser reduzidas nas equações (2.56) (referência) e (2.57) (perturbação de carga).

$$\mathbf{W}_{\mathbf{yr}}(s) = \mathbf{L}(s)\mathbf{T}_o(s)[\mathbf{I} + \mathbf{T}_o(s)]^{-1}\mathbf{F}(s) = \mathbf{L}(s)\mathbf{W}_o(s) \quad (2.56)$$

$$\mathbf{W}_{\mathbf{yq}}(s) = \{\mathbf{I} - \mathbf{L}(s)\mathbf{T}_o(s)[\mathbf{I} + \mathbf{T}_o(s)]^{-1}\mathbf{F}_r(s)\}\mathbf{P}_n(z) \quad (2.57)$$

Segundo a equação (2.56), a matriz de transferência de malha fechada  $\mathbf{W}_{\mathbf{yr}}(s)$  pode ser diagonal, o que implica um desacoplamento entre a referência e a saída do processo. Cada elemento da matriz de transferência  $\mathbf{W}_{\mathbf{yr}}(s)$ , dado por  $w_i(s)$ , pode ser escrito na forma da equação (2.58). Consequentemente, é possível atingir a dinâmica desejada de malha fechada definindo apropriadamente cada elemento do modelo rápido aparente,  $t_{o_i}(s)$ . É importante notar, que a resposta de malha fechada será influenciada pelo atraso mínimo,  $\theta_i$ , da matriz de atrasos  $\mathbf{L}(s)$ .

$$w_i(s) = \frac{t_{o_i}(s)}{1 + t_{o_i}(s)} e^{-\theta_i s} \quad (2.58)$$

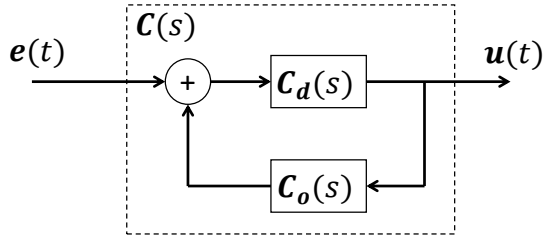
A estrutura proposta em Garrido et al. (2016) usa um controle com desacoplamento inverso centralizado para projetar a matriz  $\mathbf{C}(s)$ , obtendo uma resposta desacoplada em  $\mathbf{W}_{\mathbf{yr}}(s)$ . Isso é alcançado se o modelo rápido nominal,  $\mathbf{T}_o(s) = \mathbf{G}_o(s)\mathbf{C}(s)$ , é diagonal e livre de atrasos. Assim a matriz do controlador é dada por:

$$\mathbf{C}(s) = \mathbf{G}_o^{-1}(s)\mathbf{T}_o(s). \quad (2.59)$$

Contudo, o controlador com desacoplamento inverso centralizado, como é mostrado na figura 17, é dividido em dois blocos: a matriz  $\mathbf{C}_d(s)$  é o caminho direto (entre o sinal de erro  $\mathbf{e}(k)$  e o sinal de controle  $\mathbf{u}(k)$ ) e a matriz  $\mathbf{C}_o(s)$  aparece no laço de realimentação (no sentido contrário).

Segundo a estrutura de desacoplamento inverso, a matriz  $\mathbf{C}_d(s)$  deve ter só  $n$  elementos diferentes de zero, que conectem o sinal  $\mathbf{e}(k)$

Figura 17 – Estrutura do controlador com desacoplamento inverso descentralizado.



Fonte: Elaborado pelo autor.

com o sinal  $\mathbf{u}(k)$ . A fim de poder desacoplar o sistema,  $\mathbf{C}_o(s)$  realimenta o sinal de controle  $\mathbf{u}(k)$  para as entradas do controlador. Assim,  $\mathbf{C}_o(s)$  deve ter só  $n$  elementos em zero, que correspondem com a transposta do elemento que não é zero na matriz  $\mathbf{C}_d(s)$ . Dessa maneira, a matriz  $\mathbf{C}(s)$  é calculada como na equação (2.60).

$$\mathbf{C}(s) = \mathbf{C}_d(s)(\mathbf{I} - \mathbf{C}_o(s)\mathbf{C}_d(s))^{-1} \quad (2.60)$$

Combinando a inversa da equação (2.59) com a inversa da equação (2.60), chega-se na expressão da equação (2.61).

$$\mathbf{C}_d^{-1}(s) - \mathbf{C}_o(s) = \mathbf{T}_o^{-1}\mathbf{G}_o. \quad (2.61)$$

Note-se que a matriz  $\mathbf{C}_d(s)$  deve ser não singular a fim de ser possível calcular sua inversa. Também deve ser notado que a posição de cada elemento,  $c_{d_{ij}}(s)$ , da matriz  $\mathbf{C}_d(s)$  pode ser alocada em qualquer coluna de cada linha. Por isso, será adotada a mesma notação empregada na subseção 2.5.2 para descrever os desacopladores diretos, na qual cada número corresponde à posição da coluna em que o elemento direto de  $c_{d_{ij}}(s)$  é alocado por linha. Por exemplo, para um processo MIMO  $2 \times 2$ , a configuração 1-2 indica que os elementos diretos da matriz são  $c_{d_{11}}$  e  $c_{d_{22}}$ . Uma configuração 2-1 indica que os elementos diretos da matriz são  $c_{d_{12}}$  e  $c_{d_{21}}$ .

A expressão geral para um processo  $2 \times 2$  na configuração 1-2

apresenta a seguinte estrutura:

$$\begin{bmatrix} c_{d_{11}}(s) & 0 \\ 0 & c_{d_{22}}(s) \end{bmatrix}^{-1} - \begin{bmatrix} 0 & c_{o_{12}}(s) \\ c_{o_{21}}(s) & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{c_{d_{11}}(s)} & -c_{o_{12}}(s) \\ -c_{o_{21}}(s) & \frac{1}{c_{d_{22}}(s)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{g_{o_{11}}(s)}{t_{o_1}(s)} & \frac{g_{o_{12}}(s)}{t_{o_1}(s)} \\ \frac{g_{o_{21}}(s)}{t_{o_2}(s)} & \frac{g_{o_{22}}(s)}{t_{o_2}(s)} \end{bmatrix}. \quad (2.62)$$

Desse modo, pode ser calculado cada elemento da matriz  $\mathbf{C}(s)$  para o processo MIMO  $2 \times 2$  na configuração 1-2. Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} c_{d_{11}}(s) &= \frac{t_{o_1}(s)}{g_{o_{11}}(s)} & c_{o_{12}}(s) &= \frac{-g_{o_{12}}(s)}{t_{o_1}(s)} \\ c_{o_{21}}(s) &= \frac{-g_{o_{21}}(s)}{t_{o_2}(s)} & c_{d_{22}}(s) &= \frac{g_{o_{22}}(s)}{t_{o_2}(s)} \end{aligned} \quad (2.63)$$

Assumindo, para um processo  $n \times n$ , a matriz de controle na configuração na qual os elementos diretos estejam na diagonal principal é dada por

$$\mathbf{C}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{c_{d_{11}}(s)} & -c_{o_{12}}(s) & \cdots & -c_{o_{1j}}(s) \\ -c_{o_{21}}(s) & \frac{1}{c_{d_{22}}(s)} & \cdots & -c_{o_{2j}}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -c_{o_{i1}}(s) & -c_{o_{i2}}(s) & \cdots & \frac{1}{c_{d_{ij}}(s)} \end{bmatrix}, \quad (2.64)$$

onde

$$c_{d_{ij}} = \frac{t_{o_j}(s)}{g_{o_{ji}}(s)} \quad \forall i, j = p_i, \quad (2.65)$$

$$c_{o_{ij}} = \frac{-g_{o_{ij}}(s)}{t_{o_i}(s)} \quad \forall i, j/i \neq p_j. \quad (2.66)$$

Como apresentado nas equações (2.65) e (2.66), o projeto de controle por desacoplamento inverso se torna muito mais simples dado que os elementos da matriz  $\mathbf{C}(s)$  sempre vão ser calculados da mesma forma sem importar o tamanho do sistema, contrário ao desacoplamento direto, no qual os cálculos desses elementos se tornam muito mais complexos à medida que o tamanho do sistema cresce, como foi visto na subseção 2.5.2. No entanto, é necessário indicar que essa metodologia

apresenta as mesmas limitações de um desacoplamento direto convencional: não pode ser utilizado em sistemas MIMO que possuam zeros no semi-plano direito (sistemas de fase não mínima) (GARRIDO; VÁZQUEZ; MORILLA, 2013, 2011).

O requisito de realizabilidade para  $\mathbf{C}_d(s)$  e  $\mathbf{C}_o(s)$  é que o atraso mínimo esteja na diagonal principal e que todos os seus elementos devam ser estáveis, causais e próprios. Para processos que apresentam atrasos e processos com zeros ou polos no semiplano direito, deve-se ter especial cuidado para não ter no controlador predições no futuro ou polos instáveis. Na metodologia proposta por (GARRIDO et al., 2016), existem dois problemas em relação à realizabilidade do controlador que têm de ser analisados: em primeiro lugar, é necessário verificar se é possível alcançar realizabilidade usando a configuração selecionada; e em segundo lugar, depois de confirmar a condição anterior, é essencial determinar como especificar os modelos rápidos aparentes  $t_{o_i}(s)$  da matriz  $\mathbf{T}_o(s)$ .

Na Tabela 4, apresentam-se três casos particulares para a escolha das funções de transferências  $t_{o_i}(s)$  propostos em Garrido et al. (2016). Esses casos são estruturas comuns na análise de sistemas lineares de sistemas MIMO. O primeiro caso surge quando o elemento  $t_{o_i}(s)$  pode ser definido como um integrador com uma constante que respeita as condições de realizabilidade. A função de transferência de malha fechada tem a forma típica de um sistema de primeira ordem com uma constante de tempo  $\lambda_i$  mais o correspondente atraso na saída de  $\mathbf{P}(s)$ , ou seja, o atraso efetivo.

No segundo caso, quando o grau relativo é igual a dois,  $t_{o_i}(s)$  deve ser especificado sem zeros de fase não mínima e com um polo em  $s = -1/\tau_i$ . Assim, a função de transferência de malha fechada tem forma de um sistema de segunda ordem com atraso. Os polos da função de transferência  $w_i(s)$  são caracterizados pela frequência natural  $\omega_n$  e um factor de amortecimento  $\xi$ , dados por

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{\tau_i \lambda_i}}; \quad \xi = 0,5\sqrt{\lambda_i/\tau_i}. \quad (2.67)$$

O terceiro caso da Tabela 4 ocorre quando um polo  $s = p_i$  no semi-plano direito deve ser especificado na dinâmica de  $t_{o_i}(s)$  e se precisa um grau relativo igual a um. A função de transferência de malha fechada correspondente é um sistema de segunda ordem com de atraso e um zero em  $s = p_i$ . Os polos da função de transferência  $w_i(s)$  são caracterizados pela frequência natural  $\omega_n$  e o fator de amortecimento  $\xi$  dados pela equação (2.68). A fim de obter uma função de transferência

Tabela 4 – Três casos comuns para definir a dinâmica de malha aberta do processo aparente

caso	$t_{o_i}(s)$	$w_i(s)$
1	$\frac{1}{\lambda_i s}$	$\frac{1}{\lambda_i s + 1} e^{-\theta_i s}$
2	$\frac{1}{\lambda_i s(\tau_i s + 1)}$	$\frac{1}{\lambda_i \tau_i s^2 + \lambda_i s + 1} e^{-\theta_i s}$
3	$\frac{s + p_i}{\lambda_i s(s - p_i)}$	$\frac{(s + p_i)/\lambda_i}{s^2 + (1/\lambda_i - p_i)s + p_i/\lambda_i} e^{-\theta_i s}$

de malha fechada estável, a condição  $\lambda_i < 1/p_i$  deve ser cumprida. A partir da segunda expressão em (2.68), o valor de  $\lambda_i$  para o fator de amortecimento desejado é dado por (2.69).

$$\omega_n = \sqrt{p_i/\lambda_i}; \quad \xi = 0,5 \frac{1 - \lambda_i p_i}{\sqrt{p_i \lambda_i}}, \quad (2.68)$$

$$\lambda_i = \left( \frac{-\xi + \sqrt{\xi^2 + 1}}{\sqrt{p_i}} \right)^2. \quad (2.69)$$

## 2.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresentou os principais desenvolvimentos contidos na literatura sobre o preditor de Smith e sua modificação, o preditor de Smith filtrado, tanto para sistemas monovariáveis quanto para sistemas multivariáveis. O problema de controle empregando estruturas DTC a sistemas SISO com atraso encontra-se bem resolvido na literatura, dado que seus resultados são bastante consistentes, permitindo o controle de plantas estáveis e instáveis com devido ajuste da robustez do sistema em malha fechada. Por isso, esta dissertação trata de aspectos da versão multivariável do PSF, que ainda carece de estudos mais profundos e da extensão dos principais resultados alcançados no caso SISO.

Com base na revisão realizada sobre a estrutura do PSF para o caso MIMO, ficou clara a necessidade de determinar um método

adequado para o projeto do controlador primário, dado que o modelo rápido pode ainda conter atrasos. Para isso, este capítulo traz ainda uma introdução às redes de desacoplamento e ilustra como essas podem aprimorar o desempenho de um processo MIMO e facilitar o projeto do controlador primário.





### 3 SINTONIA DO CONTROLE PRIMÁRIO DO PSF VIA DESACOPLAMENTO

Neste capítulo vai ser estudada uma abordagem do preditor de Smith filtrado junto com uma rede de desacoplamento. A ideia principal do capítulo é tentar achar um método que permita aprimorar a predição do PSF para realizar o projeto do controlador primário, utilizando como base as estruturas do PSF *output DTC* e *full DTC* propostas em (SANTOS; FLESCHE; NORMEY-RICO, 2014). Assim, pretende-se adicionar nessas estruturas uma rede de desacoplamento direto para tentar provar se é possível gerar estruturas alternativas de desacoplamentos no canal do processo real,  $\mathbf{P}(z)$ , e no canal do modelo rápido,  $\mathbf{G}_o(z)$  ou  $\mathbf{G}_f(z)$ , de forma tal que o sistema completo tenha as características: desacoplamento entre as variáveis e compensação dos atrasos no modelo rápido sem necessidade de inserir atrasos artificiais.

#### 3.1 DESACOPLAMENTO DIRETO NO MODELO OUTPUT DTC PARA O PREDITOR DE SMITH FILTRADO

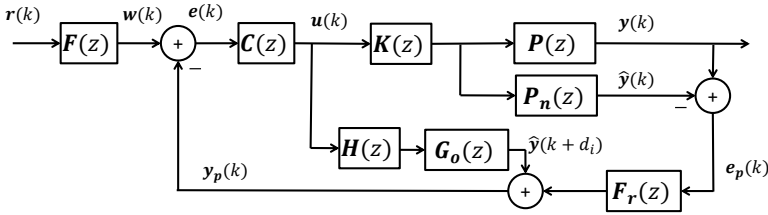
Nesta seção será analisado o efeito de um desacoplador direto inserido na estrutura do PSF com o modelo rápido com compensação dos atrasos efetivos por saída (*output DTC*). Em um primeiro momento assume-se que não se tem erro de modelagem, portanto o modelo nominal  $\mathbf{P}_n(z)$  representa fielmente o processo real  $\mathbf{P}(z)$ , ou seja  $\mathbf{P}(z) = \mathbf{P}_n(z)$ , dado que num primeiro instante se quer analisar o projeto do controlador primário e não a robustez da estrutura, que será analisada no capítulo 4. Adicionalmente, assume-se que o atraso mínimo de cada saída do sistema fica na diagonal principal da matriz de transferência do processo e que não existem perturbações ( $\mathbf{q}(k) = 0$  e  $\mathbf{n}_1(k) = 0$ ). Nesse caso, a estrutura de controle é representada na figura 18, onde  $\mathbf{K}(z)$  é o desacoplador a ser projetado com base no modelo nominal do processo e  $\mathbf{H}(z)$  é o desacoplador a ser projetado com base no modelo rápido.

Analizando o caso MIMO mais simples  $2 \times 2$  e utilizando para o projeto dos desacopladores  $\mathbf{K}(z)$  e  $\mathbf{H}(z)$  a configuração 1-2 fixando os elementos da diagonal à unidade como visto na subseção 2.5.2. A escolha dessa configuração é feita para que não se tenham elementos de predição nos desacopladores, porque os atrasos mínimos estão alocados na diagonal principal. Dessa forma, o desacoplador  $\mathbf{K}(z)$  é igual ao

desacoplador  $\mathbf{H}(z)$  e são dados pela expressão (3.1).

$$\mathbf{K}(z) = \mathbf{H}(z) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{g_{12}z^{-d_{12}+d_{11}}}{g_{11}} \\ -\frac{g_{21}z^{-d_{21}+d_{22}}}{g_{22}} & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

Figura 18 – Preditor de Smith Filtrado com desacoplamento.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O modelo aparente resultante,  $\mathbf{Q}(z)$ , dado pelo produto entre o processo nominal,  $\mathbf{P}_n(z)$ , e a matriz de desacoplamento,  $\mathbf{K}(z)$ , está determinado por:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}(z) &= \mathbf{P}_n(z)\mathbf{K}(z) \\ &= \begin{bmatrix} g_{11}z^{-d_{11}} & g_{12}z^{-d_{12}} \\ g_{21}z^{-d_{21}} & g_{22}z^{-d_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{g_{12}z^{-d_{12}+d_{11}}}{g_{11}} \\ -\frac{g_{21}z^{-d_{21}+d_{22}}}{g_{22}} & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \left(g_{11} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{22}}z^{-d_\theta}\right)z^{-d_{11}} & 0 \\ 0 & \left(g_{22} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{11}}z^{-d_\theta}\right)z^{-d_{22}} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

onde  $d_\theta = d_{12} + d_{21} - d_{11} - d_{22}$ .

O modelo rápido aparente resultante,  $\mathbf{T}(z)$ , é dado pelo produto entre o modelo rápido sem os atrasos mínimos por saída,  $\mathbf{G}_o(z)$ , e a matriz de desacoplamento,  $\mathbf{H}(z)$ .

$$\begin{aligned}
\mathbf{T}(z) &= \mathbf{G}_o(z)\mathbf{H}(z) \\
&= \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12}z^{-d_{12}+d_{11}} \\ g_{21}z^{-d_{21}+d_{22}} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{g_{12}z^{-d_{12}+d_{11}}}{g_{11}} \\ -\frac{g_{21}z^{-d_{21}+d_{22}}}{g_{22}} & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} g_{11} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{22}}z^{-d_\theta} & 0 \\ 0 & g_{22} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{11}}z^{-d_\theta} \end{bmatrix} \quad (3.3)
\end{aligned}$$

Evidencia-se que as dinâmicas dos dois processos aparentes são as mesmas, só que a dinâmica de  $\mathbf{T}(z)$  é antecipada com relação à dinâmica de  $\mathbf{Q}(z)$ , dado que em  $\mathbf{T}(z)$  não aparece o atraso mínimo por linha.

Com o desacoplador projetado para a abordagem do *output DTC* conseguem-se eliminar as interações existentes entre as variáveis e também se evidencia que se conserva a característica do preditor de Smith na qual se tem uma predição da saída real da planta  $d_i$  passos para frente em cada linha, onde  $d_i$  é o atraso mínimo da linha  $i$ .

Ainda com a inserção da rede de desacoplamento, o modelo rápido continua tendo atrasos, mostrando que o desacoplamento direto não consegue aprimorar neste sentido a estrutura do PSF.

É importante também evidenciar que no caso do *output DTC* só é possível projetar o desacoplador na configuração 1-2 se o atraso mínimo está na diagonal principal, visto que essa suposição garante que  $d_{22} \leq d_{21}$  e que  $d_{11} \leq d_{12}$ .

### 3.2 DESACOPLAMENTO DIRETO NO MODELO FULL DTC PARA O PREDITOR DE SMITH FILTRADO

Nesta seção é analisado o efeito que produz uma rede de desacoplamento direto, na estrutura do PSF com modelo *full DTC*. Neste caso, optou-se por empregar um modelo mais geral que o empregado na seção 3.1 e propor o uso de dois desacopladores diferentes,  $\mathbf{K}(z)$  e  $\mathbf{H}(z)$ , para o modelo rápido e para o sistema completo, essa escolha é feita com o fim de ter dois graus de liberdade a mais em cada canal com o objetivo de proporcionar à estrutura a característica de predição de saída, ou seja obter no canal do modelo rápido a mesma resposta só que antecipada do canal do processo real. Dessa forma, assumindo que  $\mathbf{P}(z) = \mathbf{P}_n(z)$  e utilizando a mesma estrutura apresentada na figura 18, mas substituindo  $\mathbf{G}_o(z)$  por  $\mathbf{G}_f(z)$ , o processo aparente,  $\mathbf{T}_f(z)$ , do

modelo rápido é dado por (3.4) com o desacoplador  $\mathbf{H}(z)$  projetado na configuração 1-2 para desacoplar  $\mathbf{G}_f(z)$ .

$$\begin{aligned}\mathbf{T}_f(z) &= \mathbf{G}_f(z)\mathbf{H}(z) \\ &= \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{g_{12}}{g_{11}} \\ -\frac{g_{21}}{g_{22}} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{22}} & 0 \\ 0 & g_{22} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{11}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Note-se que é relativamente simples conseguir uma dinâmica desacoplada em  $\mathbf{T}_f(z)$  utilizando um desacoplador direto. Com base nessa dinâmica se quer projetar o desacoplador  $\mathbf{K}(z)$  para atingir uma dinâmica igual no modelo aparente resultante,  $\mathbf{Q}(z)$ , só que atrasada. Ou seja, quer-se atingir com ajuda dos desacopladores a característica de predição no modelo completo utilizando o modelo nominal totalmente compensado. Assim, têm-se as seguintes relações no modelo aparente resultante:

$$\begin{aligned}\mathbf{Q}_f(z) &= \mathbf{P}_n(z)\mathbf{K}(z) \\ &= \begin{bmatrix} g_{11}z^{-d_{11}} & g_{12}z^{-d_{12}} \\ g_{21}z^{-d_{21}} & g_{22}z^{-d_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} g_{11}k_{11}z^{-d_{11}} + g_{12}k_{21}z^{-d_{12}} & g_{11}k_{12}z^{-d_{11}} + g_{12}k_{22}z^{-d_{12}} \\ g_{21}k_{11}z^{-d_{21}} + g_{22}k_{21}z^{-d_{22}} & g_{21}k_{12}z^{-d_{21}} + g_{22}k_{22}z^{-d_{22}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.5)$$

As mesmas relações apresentadas em (2.54) e (2.55) podem ser impostas para obter o desacoplador  $\mathbf{K}(z)$  na configuração 1-2, obtendo o mesmo modelo aparente,  $\mathbf{Q}(z)$ , que para o caso do *output DTC*. Assim, na equação (3.6) deixam-se em evidência os atrasos do modelo aparente com o fim de poder impor as restrições necessárias para atingir a dinâmica de  $\mathbf{T}_f(z)$ .

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q}(z) &= \mathbf{P}_n(z)\mathbf{K}(z) \\
&= \begin{bmatrix} g_{11}z^{-d_{11}} & g_{12}z^{-d_{12}} \\ g_{21}z^{-d_{21}} & g_{22}z^{-d_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{g_{12}z^{-d_{12}}}{g_{11}z^{-d_{11}}} \\ -\frac{g_{21}z^{-d_{21}}}{g_{22}z^{-d_{22}}} & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} g_{11}z^{-d_{11}} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{22}}z^{-(d_{21}+d_{12}-d_{22})} & 0 \\ 0 & g_{22}z^{-d_{22}} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{11}}z^{-(d_{12}+d_{21}-d_{11})} \end{bmatrix}, \tag{3.6}
\end{aligned}$$

Note que para poder fazer a subtração de cada elemento da diagonal principal de (3.6) a fim de conseguir a dinâmica de  $\mathbf{T}_f(z)$  atrasada, deve-se impor que  $d_{11} = d_{21} + d_{12} - d_{22}$  e que  $d_{22} = d_{12} + d_{21} - d_{11}$ , além de garantir a restrição de realizabilidade do desacoplador de que  $d_{11} \leq d_{12}$  e  $d_{22} \leq d_{21}$ . Para poder garantir essas duas condições, a única solução possível é que  $d_{11} = d_{12}$  e que  $d_{22} = d_{21}$ . Dessa forma, em um caso geral teriam que ser introduzidos atrasos artificiais na dinâmica que tem o menor atraso por saída para que o processo aparente real tenha a mesma dinâmica do modelo rápido aparente. O problema é que caso esses atrasos artificiais sejam adicionados, o processo vai ficar com atrasos iguais, tornando desnecessário o projeto dos dois desacopladores,  $\mathbf{K}(z)$  e  $\mathbf{H}(z)$ , dado que quando se tem atrasos iguais, o problema pode ser resolvido com um único desacoplador tanto para o modelo nominal quanto para o modelo rápido.

Assim, evidencia-se que o problema do *full DTC* segue estando limitado à inserção de atrasos artificiais, dado que a dinâmica da diagonal principal do modelo rápido aparente é diferente da dinâmica da diagonal principal do modelo nominal aparente, o que implica que o desacoplamento do modelo rápido não é uma predição do desacoplamento do modelo nominal. Dessa forma, o projeto do controlador primário,  $\mathbf{C}(z)$ , continua tendo a dificuldade da abordagem inicial sem desacoplador, a qual é garantir um ajuste com base no modelo rápido que leve a bom desempenho em malha fechada do sistema completo na estrutura do preditor de Smith.

Consegue-se avaliar que o uso de desacopladores dentro da estrutura do preditor de Smith filtrado não logra a compensação total de todos os atrasos do modelo rápido na abordagem do *output DTC* e que no caso do *full DTC* continua com o problema inicial da abordagem de não possuir a predição de saída do processo, dificultando o projeto do controlador primário, limitando o problema à inserção de atrasos artificiais a fim de alcançar dita predição. Vale, todavia, ressaltar que

é possível utilizar o desacoplamento para obter uma dissociação dos pares entrada-saída do sistema em ambas as abordagens.

Como principal conclusão tem-se que o emprego de desacopladores diretos no PSF tem os melhores resultados na abordagem *output DTC* e que qualquer compensação de atrasos que não seja do mínimo atraso por linha levará ao problema de ser necessário inserir atrasos artificiais no modelo rápido de modo a se ter novamente a compensação do atraso efetivo por saída, recaindo no caso do *output DTC*.

É importante destacar que a análise deste capítulo foi feita para um caso  $2 \times 2$ , mas que os resultados são extensíveis para casos de sistemas quadrados com maior número de entradas e saídas. Esse resultado pode ser derivado da observação de (3.3), assumindo que o atraso mínimo por saída encontra-se na diagonal principal do modelo do processo. É importante notar que a medida que a dimensão do sistema aumenta a complexidade do desacoplador direto também aumentará. Uma alternativa interessante é o uso de desacopladores inversos que tem como principal característica manter o mesmo grau de complexidade sem importar a dimensão do sistema, mas o problema desse tipo de desacoplador é que tem muitas mais restrições de realizabilidade limitando-se a problemas específicos.

Poderia-se resumir o procedimento da inserção de desacopladores na estrutura do PSF para a abordagem do *output DTC* e *full DTC* no algoritmo mostrado na figura 19.

Figura 19 – Algoritmo do projeto de desacopladores na estrutura do PSF.

Definir os modelos rápidos:  $\mathbf{G}_o(z)$  e  $\mathbf{G}_f(z)$   
 Projetar  $\mathbf{K}(z)$  com  $\mathbf{P}_n(z)$  respeitando realizabilidade  
 Projetar  $\mathbf{H}(z)$  com  $\mathbf{G}_n(z)$  respeitando realizabilidade  
 Obter processo real aparente  $\mathbf{Q}(z)$   
 Obter modelo rápido aparente  $\mathbf{T}(z)$   
 Projetar  $\mathbf{C}(z)$  com  $\mathbf{T}_n(z)$   
 Projetar  $\mathbf{F}_r(z)$

Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.2.1 Estudo de caso

Para entender melhor como a inserção de desacoplamentos na estrutura do PSF permite reduzir as interações presentes nos pares

entrada-saída do sistema é apresentado nesta subseção um estudo de caso. Emprega-se esse estudo de caso simulado para ilustrar que o caso do *output DTC* não consegue compensar completamente os atrasos do modelo rápido, enquanto o caso do *full DTC* não permite a predição da saída do sistema mesmo no caso nominal.

Para realizar a análise, será tomado o caso do controlador de nível e temperatura do evaporador de três estágios explorado em (GARCÍA; ALBERTOS, 2010; NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007; FLESCHE, 2012). Esse sistema é uma planta MIMO integradora com múltiplos atrasos e interações entre suas variáveis, cuja representação esquemática é apresentada na figura 20. Sua representação através de matriz de transferência é dada por:

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} \frac{3,5e^{-s}}{s} & \frac{-e^{-5s}}{2s+1} \\ \frac{2e^{-7s}}{1,5s+1} & \frac{-e^{-5s}}{3,2s+1} \end{bmatrix}, \mathbf{P}_q(s) = \begin{bmatrix} \frac{3,5e^{-3s}}{s} \\ \frac{-4,5e^{-2s}}{2s+1} \end{bmatrix}, \quad (3.7)$$

onde  $\mathbf{y}(s) = \mathbf{P}(s)\mathbf{u}(s) + \mathbf{P}_q(s)q(s)$ ,  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  são o nível e a temperatura no tanque de armazenagem, respectivamente,  $u_1(t)$  e  $u_2(t)$  são as vazões de caldo e vapor, respectivamente, e a perturbação  $q(t)$  é a vazão de saída do tanque (FLESCHE, 2012). Note que o atraso nas variáveis de nível e temperatura são causados pelo acúmulo de fase de cada um dos estágios que estão cascateados até chegar no tanque final, o que gera o atraso entre a ação de controle e a leitura dos transdutores.

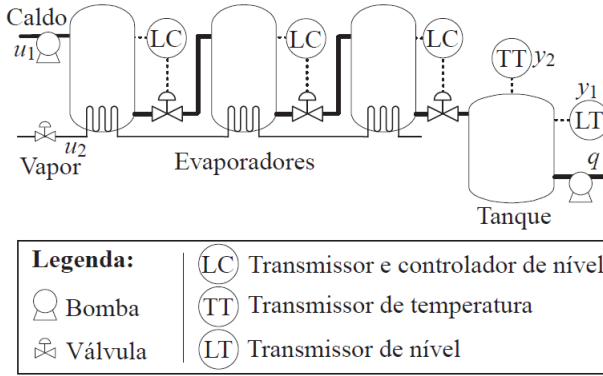
A representação discreta da planta com período de amostragem de  $T_s = 0,2$  min é

$$\mathbf{P}(z) = \begin{bmatrix} \frac{0,7z^{-5}}{z-1} & \frac{-0,0952z^{-25}}{z-0,9048} \\ \frac{0,2497z^{-35}}{z-0,8752} & \frac{-0,0606z^{-25}}{z-0,9394} \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

e seu modelo rápido *output DTC* é dado por

$$\mathbf{G}_o(z) = \begin{bmatrix} \frac{0,7}{z-1} & \frac{-0,0952z^{-20}}{z-0,9048} \\ \frac{0,2497z^{-10}}{z-0,8752} & \frac{-0,0606}{z-0,9394} \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

Figura 20 – Representação esquemática do evaporador de três estágios



Fonte: Flesch (2012).

emquanto seu modelo rápido *full DTC* é dado por

$$\mathbf{G}_f(z) = \begin{bmatrix} \frac{0,7}{z-1} & \frac{-0,0952}{z-0,9048} \\ \frac{0,2497}{z-0,8752} & \frac{-0,0606}{z-0,9394} \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

O desacoplador direto na configuração 1-2 é projetado segundo a equação (3.1) e é o mesmo tanto para o caso do *output DTC* quanto para o caso do canal do processo do *full DTC* (equação (3.11)). O desacoplador direto para o canal do modelo rápido do *full DTC* também foi obtido com base na equação (3.1), porém considerando o modelo rápido sem qualquer atraso, resultando na equação (3.12). Em todos os casos foi assumido o mesmo período de amostragem do sistema de controle, ou seja,  $T_s = 0,2$  min.

$$\mathbf{K}(z) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{0,1359z - 0,1359}{z - 0,9048} z^{-20} \\ \frac{4,121z - 3,871}{z - 0,8752} z^{-10} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$



$$\mathbf{H}(z) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{0,1359z - 0,1359}{z - 0,9048} \\ \frac{4,121z - 3,871}{z - 0,8752} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Como controlador primário é utilizado um PI MIMO, cujos parâmetros de sintonia são selecionados em base do modelo rápido aparente. Assim, são adotados  $K_{c1} = 0,1136$ ,  $T_{i1} = 6,4$  min,  $K_{c2} = -1,5$  e  $T_{i2} = 6$  min, para obter um tempo de acomodação em  $y_1$  de 20 min e em  $y_2$  de 15 min. A fim de poder evitar o polo integrador de  $\mathbf{P}(z)$ , o primeiro elemento do filtro preditor é projetado segundo a equação (2.25) com o polo em 0,9. Note-se que o cálculo desse elemento do filtro foi apresentado na seção 2.2.2. O filtro resultante é

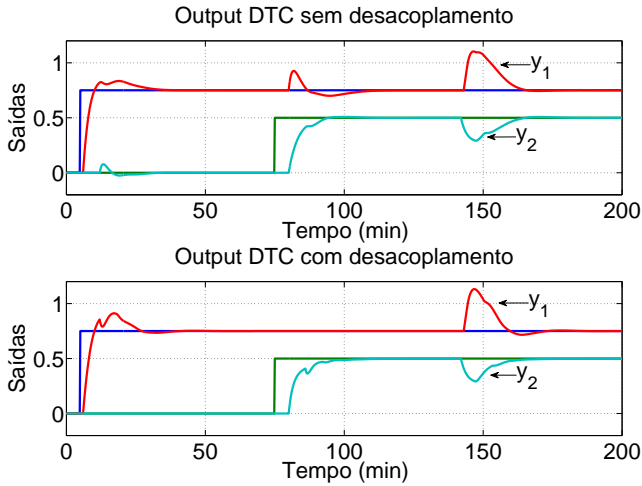
$$\mathbf{F}_r(z) = \begin{bmatrix} \frac{1,5z - 1,4}{z - 0,9} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

Na figura 21, evidencia-se a comparação entre utilizar a abordagem *output DTC* sem e com desacoplador. Como a sintonia para o controlador primário no caso sem desacoplador foi empregada a proposta de Flesch (2012), adotando  $K_{c1} = 0,14$ ,  $T_{i1} = 10$  min,  $K_{c2} = -0,95$  e  $T_{i2} = 3,2$  min. Na figura 22, observa-se o sinal de controle de ambas estruturas na abordagem *output DTC*. Pode ser notado que a inserção de desacopladores consegue dissociar as duas variáveis do processo, aprimorando o resultado final dado que uma variável não interfere na outra. Por outro lado, como o modelo aparente tornou-se bem mais complexo, não foi possível projetar um controlador simples (PI) que levasse a uma melhora significativa em termos de velocidade de rejeição de perturbação nem de seguimento de referência.

E selecionado para essa abordagem o desacoplador,  $\mathbf{H}(z)$ , o qual foi projetado com o modelo rápido sem atrasos, para desacoplar ambos os canais da estrutura, o que implica impor  $\mathbf{K}(z) = \mathbf{H}(z)$ . Na figura 23 é mostrado como o desacoplador  $\mathbf{H}(z)$  consegue desacoplar adequadamente o modelo rápido  $\mathbf{G}_f(z)$ .

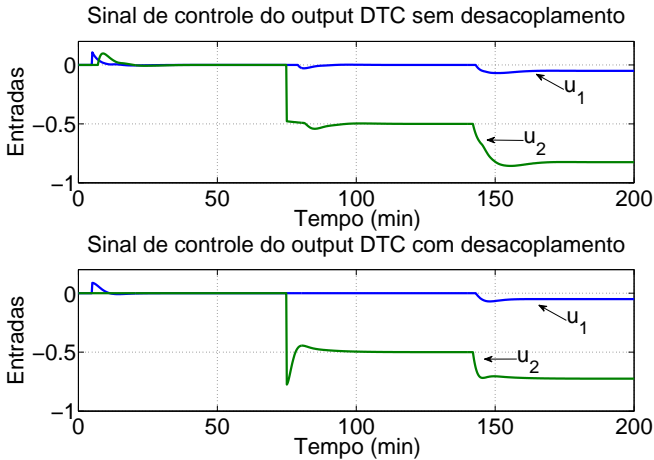
Na figura 24 é mostrada a comparação das respostas do PSF com a estrutura do *full DTC* sem e com desacoplador. Na figura 25 se observa o sinal de controle de ambas as estruturas. Como foi mostrado nas equações (3.4) e (3.6), a rede de desacoplamento nessa abordagem não consegue desacoplar a dinâmica completa em malha fechada e tam-

Figura 21 – Comparação entre *output DTC* sem e com desacoplamento



Fonte: elaborado pelo autor.

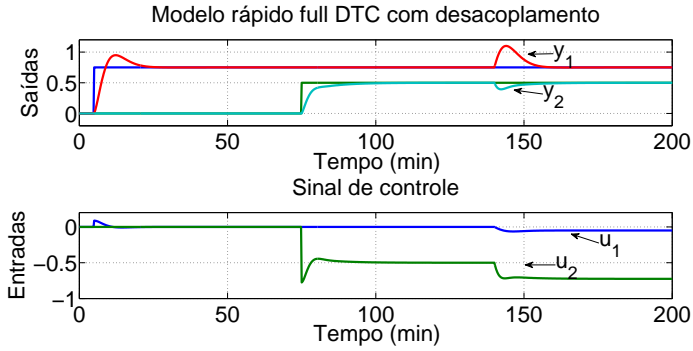
Figura 22 – Sinal de controle do *output DTC* sem e com desacoplamento



Fonte: elaborado pelo autor.

pouco consegue proporcionar ao sistema a predição de saída do processo, o que torna difícil cumprir com as especificações do projeto de

Figura 23 – Desacoplamento do canal do modelo rápido na abordagem *full DTC*



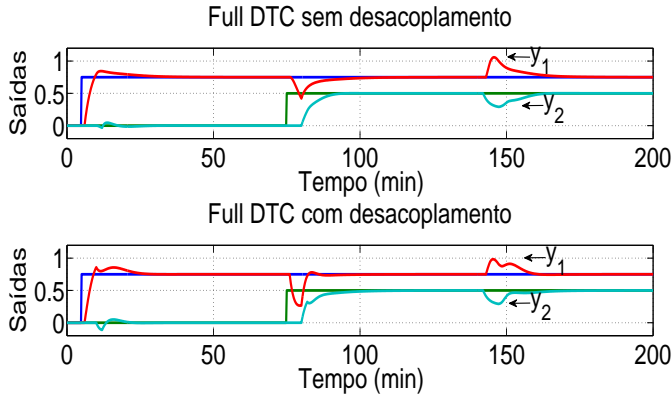
Fonte: elaborado pelo autor.

controle. Portanto, como não há uma relação direta entre o projeto do controlador primário realizado com o modelo rápido e o comportamento real de malha fechada, optou-se por manter o mesmo ajuste do controlador primário empregado no caso *output DTC*, que mantém a estabilidade de malha fechada do modelo rápido e, por consequência, da estrutura completa de controle. Note que nessa abordagem, seria possível empregar um desacoplador diferente em cada canal para ter o desacoplamento de malha fechada, ou seja,  $\mathbf{K}(z)$  poderia ser projetado para desacoplar o modelo nominal e o processo real e  $\mathbf{H}(z)$  projetado para desacoplar o modelo rápido, mas essa resposta continua não sendo relacionada com a resposta do modelo rápido gerada pelo controlador primário.

### 3.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

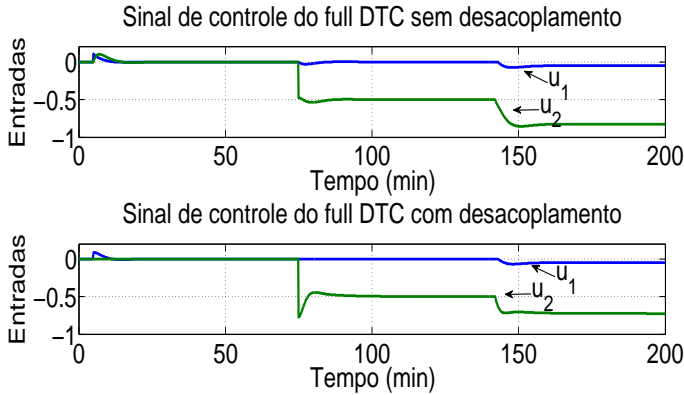
Esta parte do trabalho teve seu foco na análise de redes de desacoplamento dentro da estrutura do PSF como uma alternativa para realizar o projeto do controlador primário. Mostrou-se como a inclusão de um desacoplador linear dentro da abordagem do *output DTC* consegue separar a influência das interações dentro de um sistemas MIMO com múltiplos atrasos, gerando um novo processo aparente com elementos unicamente na sua diagonal principal. Nessa abordagem, apesar de manter a predição de saída do sistema e de obter uma resposta

Figura 24 – Comparação entre *full DTC* sem e com desacoplamento



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 25 – Sinal de controle do *full DTC* sem e com desacoplamento



Fonte: elaborado pelo autor.

desacoplada, o modelo rápido ainda fica com atrasos, gerando um modelo rápido aparente muito mais complexo, o que dificulta o projeto do controlador primário.

Para o caso do *full DTC*, foi necessário definir dois desacopladores para tentar forçar a dinâmica do modelo nominal ser igual à dinâmica do modelo rápido. Mesmo com a inclusão dos dois desacopladores, acha-se que a única solução para atingir esse objetivo é adicionar atra-

tos artificiais na dinâmica do modelo rápido, recaindo na abordagem do *output DTC*. Mostrou-se também, que para conseguir um comportamento em malha fechada totalmente desacoplado, é necessário projetar cada desacoplador com base no modelo do canal que deseja-se desacoplar, porém mesmo nesse caso a dinâmica de malha fechada não consegue ser relacionada com a dinâmica do sistema completo.



## 4 SINTONIA AUTOMATIZADA DO FILTRO PREDITOR DA ESTRUTURA DO PSF

Como foi discutido na seção 2.2, sabe-se que o filtro preditor,  $F_r(z)$ , aprimora as características do preditor de Smith tanto no caso SISO como no caso MIMO. Por isso, neste capítulo será estudada uma abordagem que permita realizar uma sintonia automatizada do filtro preditor, baseando-se nas incertezas de modelagem presentes no modelo nominal do processo com o fim de poder acelerar a resposta de rejeição de perturbação garantindo sempre a estabilidade robusta do sistema.

Na seção 4.1 se estudará a sintonia automatizada do filtro para o caso SISO e na seção 4.2 se estenderá a proposta para o caso MIMO. Em cada uma das propostas, serão apresentados estudos de caso para exemplificar as vantagens da abordagem do filtro preditor sintonizado de forma automática.

### 4.1 SINTONIA AUTOMATIZADA DO FILTRO PREDITOR DA ESTRUTURA DO PSF PARA O CASO SISO

Em geral, a sintonia do filtro preditor da estrutura do PSF é definida de maneira fixa com um projeto *a priori* que considera a relação entre robustez e velocidade de rejeição de perturbações. Trabalhos como (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007; NORMEY-RICO et al., 2014a) propõem métodos de sintonia para o filtro que permitem dar ênfase à robustez ou à dinâmica de rejeição de perturbação, dependendo das características desejadas do processo.

Recentemente (LIMA; SANTOS, 2015) propuseram uma sintonia automatizada para o filtro preditor que permite acelerar o máximo possível a rejeição de perturbação, sempre garantindo estabilidade robusta. Para isso, a proposta se baseia numa identificação on-line das incertezas multiplicativas do modelo interno da estrutura do PSF.

Para a sintonia automatizada do filtro preditor se considera um sistema estável de primeira ordem com atraso (FOPDT, do inglês *first order plus dead time*), conforme o apresentado a seguir:

$$P_n(s) = \frac{K_m}{T_m s + 1} e^{-L_m s}. \quad (4.1)$$

Essa consideração é feita dado que a maioria dos processos industriais são estáveis e apresentam um comportamento não oscilatório

quando o sistema é estimulado com um degrau. Assim, é possível aproximar funções de transferência de ordem elevada numa representação FOPDT (GARRIDO et al., 2016). Não obstante, a representação do processo nominal não necessariamente tem que ser aproximada num modelo FOPDT. Neste trabalho, considera-se esse tipo de representação apenas com o intuito de simplificar a análise dos resultados.

A sintonia automatizada original de (LIMA; SANTOS, 2015) se baseia no controlador do tipo Proporcional-Integral (PI) para o controlador primário:

$$C(s) = K_p \frac{T_i s + 1}{T_i s}, \quad (4.2)$$

com

$$T_i = T_m \quad (4.3)$$

e

$$K_p = \frac{T_m}{K_m T_r}, \quad (4.4)$$

sendo  $T_r$  um parâmetro de ajuste livre para o projetista. Assim, a função de transferência nominal de malha fechada da referência para a saída é dada por:

$$H_r(s) = \frac{e^{-L_m s}}{T_r s + 1}. \quad (4.5)$$

Por último, é projetado um filtro  $F_r(s)$  de segunda ordem para desacoplar a resposta ao sinal de referência da de rejeição de perturbação:

$$F_r(s) = \frac{(T_r s + 1)(\beta_1 s + 1)}{(T_0 s + 1)^2}, \quad (4.6)$$

com

$$\beta_1 = T_m \left[ 1 - \left( 1 - \frac{T_0}{T_m} \right)^2 e^{-\frac{L_m}{T_m}} \right]. \quad (4.7)$$

Substituindo a dinâmica do filtro da equação (4.6) e a dinâmica de malha fechada da equação (4.5) na dinâmica de perturbação da equação (2.19), tem-se a seguinte expressão para uma perturbação de carga:

$$H_{yq} = P_n(s) \left[ 1 - \frac{\beta_1 s + 1}{(T_0 s + 1)^2} e^{-L_m s} \right], \quad (4.8)$$

que não possui um polo em  $s = 1/T_m$ . Assim, o parâmetro  $T_r$  será o responsável por definir o comportamento de seguimento do sinal de referência, enquanto  $T_0$  determina o desempenho na rejeição de perturbação.



Em Normey-Rico et al. (2014a), propôs-se um procedimento de ajuste quase automático para todos os parâmetros do PSF, à exceção do parâmetro  $T_0$ , sugerindo-se utilizar  $T_0 = L_m/2$  no caso de sistemas estáveis de malha aberta. Essa sintonia pode ser conservadora para sistemas nos quais se tem um modelo com uma boa representação da dinâmica do processo, ao passo que pode ser inadequada para sistemas com erro de modelagem considerável.

Como é bem conhecido, o modelo matemático de um processo qualquer na prática nunca vai representar fielmente a dinâmica do processo real, principalmente se tais modelos forem descritos como sistemas FOPDT, dado que erros expressivos podem surgir nas médias e altas frequências nesse tipo de modelo.

Portanto, o ajuste adaptável de  $T_0$  proposto em Lima e Santos (2015) é uma abordagem interessante, visto que permite reduzir o conservadorismo do ajuste fixo ao mesmo tempo em que se mantém a garantia de estabilidade robusta. A proposta utiliza técnicas de identificação com o objetivo de estimar o limitante frequencial das incertezas do modelo utilizando a transformada rápida de Fourier (FFT, do inglês *fast Fourier transform*) como ferramenta de análise em frequência. Assim, o parâmetro  $T_0$  é sintonizado com vista a obter um melhor compromisso entre robustez e rejeição de perturbações.

#### 4.1.1 Estimação das incertezas

Para o caso SISO se opta por realizar uma estimação das incertezas multiplicativas estudadas na seção 2.2.3 e para isso é necessário determinar o comportamento frequencial do processo  $P(e^{j\omega T_s})$ . Para isso, é possível utilizar procedimentos tanto em malha aberta quanto em malha fechada.

Na proposta original de Lima e Santos (2015), determina-se o comportamento frequencial do processo em malha fechada utilizando a FFT dos sinais de entrada e saída. Assim, aplicando-se a FFT à integral de convolução pode-se estimar a resposta em frequência da seguinte forma:

$$P(e^{j\omega T_s}) = \frac{Y(e^{j\omega T_s})}{U(e^{j\omega T_s})}, \quad (4.9)$$

sendo que  $Y(e^{j\omega T_s})$  e  $U(e^{j\omega T_s})$  são as transformadas de Fourier de  $y(t)$  e  $u(t)$ , respectivamente. Mas, para poder identificar a resposta em frequência do sistema é necessário inserir no processo um sinal "suficientemente ativo", ou seja, um sinal que seja capaz de excitar as dife-

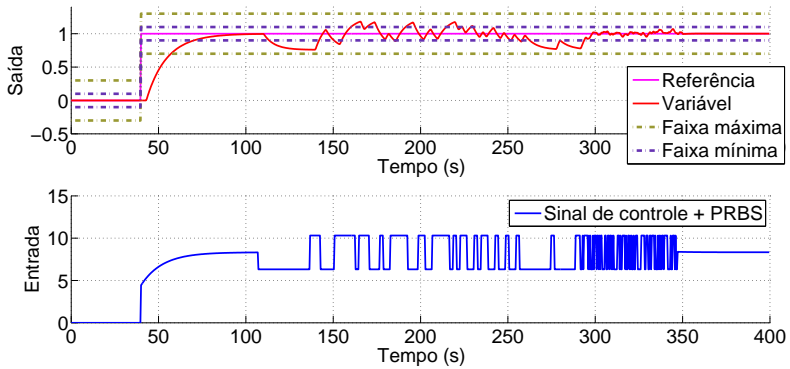
rentes frequências do sistema, de modo que o procedimento de identificação possa resultar em um modelo representativo do processo em todo o espectro. Na literatura, esse tipo de sinal também é chamado de persistentemente excitante e um exemplo bastante usado de sinal com essa característica é um sinal binário pseudo-aleatório (PRBS, do inglês *pseudo-random binary sequence*).

No entanto, segundo Aguirre (2000), a estimação da resposta em frequência também pode ser feita em malha aberta utilizando a FFT. Neste trabalho, propõe-se utilizar um método de malha aberta para a estimação on-line das incertezas para processos estáveis. Esse método é utilizado dado que para a extensão da proposta do filtro automatizado no caso MIMO, a estimação em malha aberta permite determinar a influencia que cada entrada do processo exerce sobre cada uma das saídas. Para isso, é necessário deixar o sistema operar em torno de um ponto de equilíbrio, abrir a malha e aplicar um PRBS superposto ao sinal de controle para finalmente fazer a estimação frequencial do processo por meio da equação (4.9). Tal procedimento é explicado nos parágrafos a seguir.

Para poder realizar a identificação em malha aberta são definidas, em primeira instância, duas faixas próximas da referência ou ponto de operação (faixa máxima e faixa mínima), com o objetivo de que o controlador leve a variável do processo para dentro da faixa mínima. Para garantir que o sistema atingiu regime permanente deve-se cumprir a condição de que o mesmo deve-se manter dentro da faixa mínima por um determinado tempo. Depois de passado esse tempo, a malha de controle deve ser aberta e deve ser inserido na entrada do processo o sinal PRBS, superposto ao último valor do sinal de controle. Se esse sinal tiver uma amplitude grande, a identificação pode ser feita mais facilmente, dado que diferencia bastante a variação da saída do processo devida ao PRBS do ruído, no entanto com uma amplitude baixa o sistema permanece mais próximo do ponto de operação, minimizando possíveis efeitos de não linearidades. No presente trabalho se opta por ter um PRBS de baixa amplitude, que além de evitar problemas como não linearidades ainda permite que o sistema não se afaste muito do ponto de operação do processo. Nesse instante, deve-se armazenar os dados de entrada e saída do processo para poder realizar a estimação das incertezas posteriormente. Caso a variável manipulada saia da faixa máxima, o processo de identificação é abortado e o controle volta à configuração de malha fechada. Esse processo é ilustrado mais detalhadamente na figura 26.

Como pode se observado na figura 26, foram definidas para esse

Figura 26 – Processo de estimação em frequência em malha aberta.



Fonte: Elaborado pelo autor.

processo uma faixa máxima de  $\pm 0,3$  e uma faixa mínima de  $\pm 0,1$  sobre a referência. O sinal de controle (linha cheia azul) leva a variável de processo (linha cheia vermelha) para dentro da faixa mínima (linha traço-ponto azul) até atingir a referência (linha cheia roxo). O algoritmo exige que o sistema fique um determinado tempo dentro da faixa mínima para garantir o assentamento adequado da variável. Num tempo de  $t = 110$  s o laço de controle é aberto e é inserido um sinal PRBS de amplitude  $\pm 2$  sobre o sinal de controle. Isso faz com que a variável de processo se mexa dentro da faixa máxima (linha traço-ponto amarela) e comece o processo de estimação das incertezas do sistema. Passado um tempo, no instante  $t = 350$  s o sistema volta a operar em malha fechada e a variável de processo volta seguir a referência.

É importante perceber que o PRBS deve ter pulsos em todo o espectro de frequências de interesse a fim de poder estimar corretamente as incertezas em baixas, médias e altas frequências. É por isso que podem ser observadas diferentes larguras de pulsos na entrada do processo na figura 26. A definição das frequências de excitação foi realizada segundo as recomendações apresentadas em Landau e Zito (2006):

- a máxima largura do pulso deve ser tão grande quanto o tempo de assentamento do processo mais o tempo morto, com o fim de permitir a identificação do ganho estático;
- a duração do teste deve ser pelo menos igual à largura da sequência PRBS. Para evitar testes extremamente demorados é possível

selecionar a frequência do PRBS ( $f_b$ ) como um sub-múltiplo do período da frequência  $f_s$

$$f_b = \frac{f_s}{k} = \frac{1}{kT_s}, \quad k = 2, 3, \dots; \quad (4.10)$$

- a magnitude do PRBS deve ser pequena comparada com a magnitude do sinal de entrada do processo, com o objetivo de manter o processo próximo do ponto de operação.

É importante observar que esse tipo de estimação não é muito adequada para processos MIMO de grande porte, dado que vai requerer um tempo considerável estimar cada uma das variáveis do sistema. Note também que se o sistema é constantemente perturbado, as variáveis mais facilmente sairão das faixas de operação, fazendo com que o processo de estimação seja abortado. Além disso, nesse caso pode ser complicado separar os efeitos das dinâmicas entrada-saída e perturbação-saída.

Uma vez que se tenham os dados da entrada e da saída, utilizando a equação (4.9) se estima a dinâmica frequencial do processo real através da FFT. A FFT para o sinal  $y(t)$  e  $u(t)$  com  $N$  amostras pode ser calculada como (AGUIRRE, 2000):

$$Y(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N y(k) e^{-j\omega k}, \quad (4.11)$$

$$U(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N u(k) e^{-j\omega k}, \quad (4.12)$$

com  $\omega = \frac{2\pi k}{N}$ .

Finalmente estima-se  $|\Delta P(e^{j\omega T_s})|$  como segue:

$$|\Delta P(e^{j\omega T_s})| = \left| \frac{Y(e^{j\omega T_s})}{U(e^{j\omega T_s})} - P_n(e^{j\omega T_s}) \right|, \quad (4.13)$$

com  $|\delta P(e^{j\omega T_s})| = |\Delta P(e^{j\omega T_s})| / |P_n(e^{j\omega T_s})|$ .

#### 4.1.2 Sintonia do filtro de robustez

Como é apresentado em Lima e Santos (2015), uma sintonia adequada do filtro de robustez se dá através da definição do parâmetro  $T_0$ , tal como mostrado na equação (4.6), com vista a atingir uma solução de compromisso entre a robustez da estratégia PSF e a rapidez da resposta de rejeição de perturbação. Em termos analíticos, isso significa atender à condição de (4.14).

$$\left| \frac{C(e^{j\omega T_s})P(e^{j\omega T_s})}{1 + C(e^{j\omega T_s})P(e^{j\omega T_s})} \right| |\overline{\delta P}(e^{j\omega T_s})| |F_r(e^{j\omega T_s})| \leq \gamma. \quad (4.14)$$

Deve ser notado que a condição de estabilidade robusta é atendida para valores de  $\gamma$  entre 0 e 1. Valores próximos de um podem levar a oscilações indesejadas no sistema, ao passo que valores próximos de zero são excessivamente conservadores, deteriorando o desempenho de rejeição de perturbação.

É importante ter uma margem de segurança na condição de estabilidade robusta, uma vez que a estimativa de  $|\delta P(e^{j\omega T_s})|$  está sujeita a erros no processo de identificação. Segundo o trabalho de Lima e Santos (2015), se propõe que o parâmetro  $\gamma$  seja definido com um valor tal que a distância mínima à curva correspondente a  $\delta P(e^{j\omega T_s})$ , seja 3dB, definindo assim  $\gamma = 0,7$ .

Como se evidencia na equação (4.7), o parâmetro  $\beta_1$ , que corresponde ao zero do filtro, depende do parâmetro  $T_0$ . Assim, é utilizado um método numérico conhecido como o método da bisseção, com o objetivo de determinar o parâmetro  $T_0$  e posteriormente o parâmetro  $\beta_1$ .

O método da bisseção, é um método que busca um ponto específico dentro de uma função contínua. Sua ideia é começar num ponto em que a função seja maior e outro no qual ela seja menor com relação ao ponto que se deseja achar, formando assim um intervalo. O método vai dividindo o intervalo ao meio até encontrar esse ponto, ou chegar numa vizinhança suficientemente próxima do mesmo (LINDEN, 2008).

Para achar o parâmetro  $T_0$  empregando o método da bisseção é de suma importância que o comportamento da função seja monotônica a fim de que ela possa achar o valor ótimo global. Neste caso em particular, que se considera um sistema estável em malha aberta, o sistema apresenta um comportamento monotônico dado que para esse tipo de processos, o incremento do parâmetro  $T_0$  sempre aumenta a

robustez do sistema.

Para determinar o parâmetro  $T_0$  do filtro de robustez utilizando o algoritmo da bissecção, procede-se da seguinte maneira: dado que os sistemas que empregam o PSF tipicamente são sistemas de atraso dominante, escolhe-se um intervalo como  $[L_m/100; 100L_m]$ . A escolha desse intervalo é feita a fim de ter dois extremos com relação ao parâmetro  $T_0$ . O valor do extremo  $(L_m/100)$  para  $T_0$  é escolhido de forma que não garanta a estabilidade robusta da equação (4.14) e o segundo valor do extremo  $(100L_m)$  para  $T_0$  é escolhido exageradamente robusto. Esse intervalo pode ser ampliado ou reduzido conforme cumpra com o critério de que o extremo esquerdo não garanta robustez, enquanto o direito garanta. Assim, reduzindo esse intervalo em metades sucessivas de possíveis valores para  $T_0$ , e testando se os extremos de cada uma respeitam ou não a condição de estabilidade robusta, o importante é garantir que um ponto atenda em quanto o outro não atenda. Se o ponto médio atender, descarta-se o anterior que atendia. Caso ele não atenda, descarta-se o que não atendia. Desta maneira, converge-se até um intervalo menor ou igual ao critério  $\epsilon = L_m 10^{-6}$  de parada, sendo seu extremo direito o valor de  $T_0$  resultante.

O pseudo-código do algoritmo da bissecção para determinar o parâmetro  $T_0$  e posteriormente o parâmetro  $\beta_1$  no caso SISO é apresentado na figura 27.

### 4.1.3 Estudo de caso

Para ilustrar o método de sintonia automática do filtro preditor para o caso SISO é considerado o trocador de calor apresentado em Normey-Rico e Camacho (2009), no qual a temperatura de saída  $T$  de água fria é controlada usando a abertura de uma válvula  $V$  que manipula a vazão de água quente, como se ilustra na figura 28. A água quente vem de um tanque de armazenamento e sua temperatura é mantida num ponto de operação, o qual é definido por um controlador independente. O atraso nesse processo é causado pelo tempo necessário para transferir a energia da água quente para a água fria. O comportamento desse processo próximo do ponto de operação pode ser representado por um modelo de primeira ordem:

$$\frac{T(s)}{V(s)} = P(s) = \frac{0,12}{6s + 1} e^{-3s}. \quad (4.15)$$

O modelo que foi levantado para o processo do trocador de água

Figura 27 – Algoritmo da bisseção para o caso SISO.

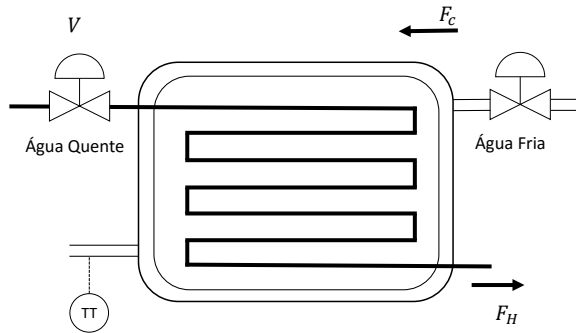
```

 $a \leftarrow L_m/100$  {Valor que não respeita a equação (4.14)}
 $b \leftarrow 100L_m$  {Valor que respeita a equação (4.14)}
Obter:  $F_{ra}(s)$  com  $T_0 = a$ 
Obter:  $F_{rb}(s)$  com  $T_0 = b$ 
Verificar:  $F_{ra}(s)$  não respeita equação (4.14)
Verificar:  $F_{rb}(s)$  respeita equação (4.14)
while  $(b - a) \geq L_m/10^6$  do
     $c \leftarrow (a + b)/2$ 
    Obter:  $\beta_c$  com  $T_0 = c$ 
    Obter:  $F_{rc}(s)$  com  $T_0 = c$  e  $\beta_c$ 
    if  $F_{rc}(s)$  respeita equação (4.14) then
         $b \leftarrow c$ 
    else
         $a \leftarrow c$ 
    end if
end while
Obter:  $\beta_b$  com  $T_0 = b$ 
Obter:  $F_{rb}(s)$  com  $T_0 = b$  e  $\beta_b$ 

```

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 28 – Trocador de calor de água.



Fonte: Elaborado pelo autor.

é descrito como segue:

$$P_n(s) = \frac{0,132}{7,2s + 1} e^{-3,6s}, \quad (4.16)$$

o que corresponde a uma incerteza de 10% no ganho e 20% no atraso e na constante de tempo.

A representação discreta do modelo com sustentador de ordem zero e período de amostragem  $T_s = 0,4$  min é dada por:

$$P_n(z) = \frac{0,007133}{z - 0,946} z^{-9}. \quad (4.17)$$

O controlador primário foi definido como apresentado na equação (4.2) e sintonizado utilizando as equações (4.3) e (4.4), sendo calculado para que  $T_r = L_m/4$ . Assim, o controlador discretizado é dado pela expressão

$$C(z) = \frac{60,61z - 57,24}{z - 1}. \quad (4.18)$$

O filtro  $F_r(z)$  foi ajustado como discutido em (NORMEY-RICO et al., 2014a) com o parâmetro  $T_0 = L_m/2$  e o parâmetro  $\beta_1$  como apresentado na equação (4.7). Assim, sua representação no domínio discreto é

$$F_r(z) = \frac{1,317z^2 - 2,026z + 0,7494}{z^2 - 1,601z + 0,6412}. \quad (4.19)$$

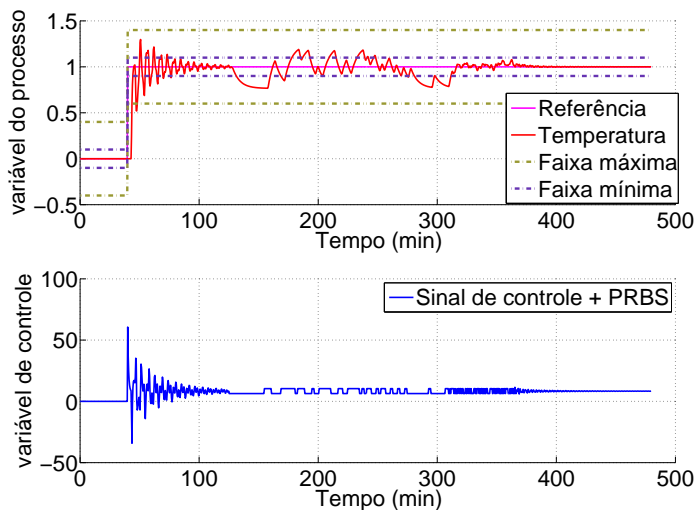
A resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada obtida com esse controlador pode ser vista na figura 29. Para este caso, o limite aceitável de variação durante a identificação definido foi de  $\pm 0,4$  em torno do ponto de operação e a faixa mínima, dentro da qual a resposta do sistema deve permanecer por 100 amostras antes de ser iniciado o processo de identificação, foi definida como  $\pm 0,1$  em torno da referência. Quando o sistema consegue permanecer as 100 amostras dentro da faixa mínima o sistema de controle passa a operar em malha aberta e se introduz o sinal de PRBS (como se mostra na variável de controle) para realizar a identificação on-line das incertezas. Assim, a variável de processo começa oscilar dentro da faixa máxima, sempre se mantendo próxima da referência. Caso a variável saia da faixa máxima, o processo voltará a operar em malha fechada e a identificação on-line será abortada.

Na figura 29, a injeção do PRBS sobre o sistema ocorre durante 600 amostras, desde o instante  $t = 124$  min. A partir dos dados obtidos é possível realizar a estimação em frequência do processo utilizando a equação (4.9).

Na figura 30, apresenta-se a amplitude da resposta em frequência



Figura 29 – Resposta ao degrau unitário do trocador de calor de água.



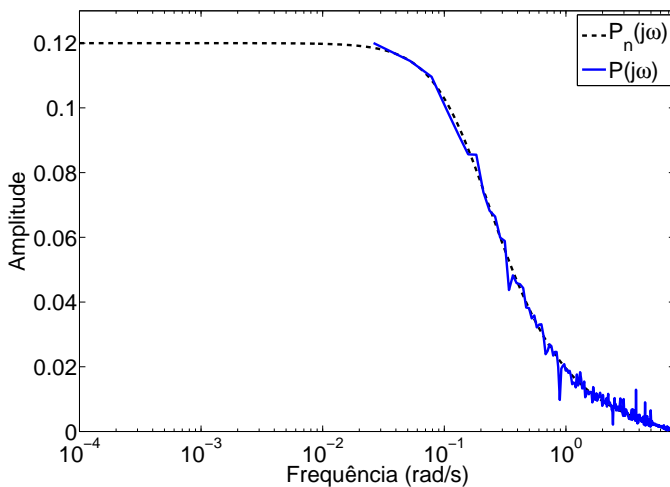
Fonte: Elaborado pelo autor.

do processo real (linha preta tracejada) e a estimativa realizada através do processo descrito (linha azul). Pode-se perceber que o modelo estimado tem claramente diferenças com respeito ao modelo do processo, mas consegue representar de forma bastante boa as características em todas as faixas de frequência.

A estimação do modelo no domínio da frequência vai depender de fatores como o número de amostras utilizadas no experimento para determinar a resolução em frequência e a qualidade dos sinais medidos, que não pode possuir muito ruído de medição que possa contaminar o sinal em altas frequências. A fim de aprimorar os resultados da estimação, optou-se por implementar um filtro de média móvel nas amplitudes da resposta em frequência, como forma de minimizar a influência de ruídos de medição e erros de estimação. Quanto maior for a janela empregada para média móvel, maior será o efeito dos vizinhos sobre o elemento central. Para o estudo de caso analisado, optou-se por adotar uma janela de 5 amostras, dando como resultado uma resposta no domínio da frequência com menos variações, como pode ser visto na figura 31.

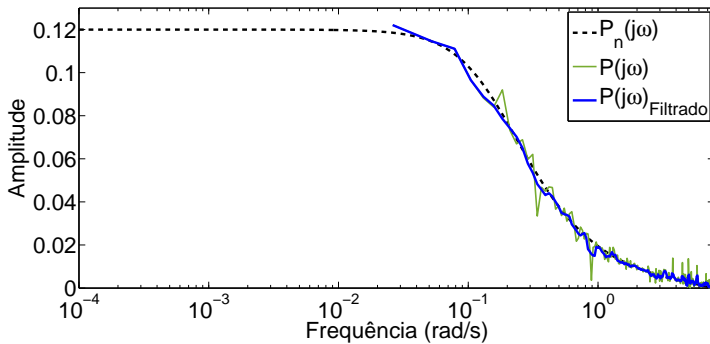
É importante ressaltar que a estimação do processo real permite ajustar tanto o filtro preditor quanto modificar o modelo usado

Figura 30 – Estimação em frequência do processo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 31 – Estimação em frequência filtrada do processo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

para predição (modelo interno nominal) da estrutura do PSF. Caso se modifique o modelo interno nominal, a resposta do sistema se tornará menos oscilatória dado que se minimiza o erro de modelagem entre o processo e o modelo. Para isso, entretanto, é necessário um novo modelo paramétrico do processo, o que não é necessário para o ajuste do

filtro proposto neste trabalho o filtro preditor, pode-se acelerar a dinâmica de rejeição de perturbações para o caso estável e também pode se proporcionar robustez ao sistema no caso de erros de modelagem.

A estimação realizada no procedimento proposto neste trabalho dá especial atenção ao ajuste do filtro preditor nas médias e altas frequências, visto que a estimação das componentes de baixa frequência no modelo nominal é mais fácil, o que naturalmente leva a menores erros nessas frequências. Além disso, como o filtro do preditor deve possuir ganho estático unitário (ver seção 2.2.2), é impossível empregar o filtro para aumentar a robustez na frequência zero, logo não há interesse prático na estimação exata dos erros de modelagem na região de frequências muito baixas. Como é evidenciado na figura 31, o modelo estimado parece não apresentar muitos dados em baixas frequências, mas deve ser observado que o gráfico da figura tem escala logarítmica no eixo das abscissas, logo o que visualmente parece ser uma ausência grande de pontos na realidade está associado com a resolução em frequência da FFT e em termos absolutos representa uma faixa estreita de frequências em uma região que é de pouco interesse para a aplicação do procedimento aqui descrito. Caso se deseje ter essa informação, basta aumentar o tempo do experimento para ter uma melhor resolução em frequência, levando em consideração as recomendações feitas na seção 4.1.1.

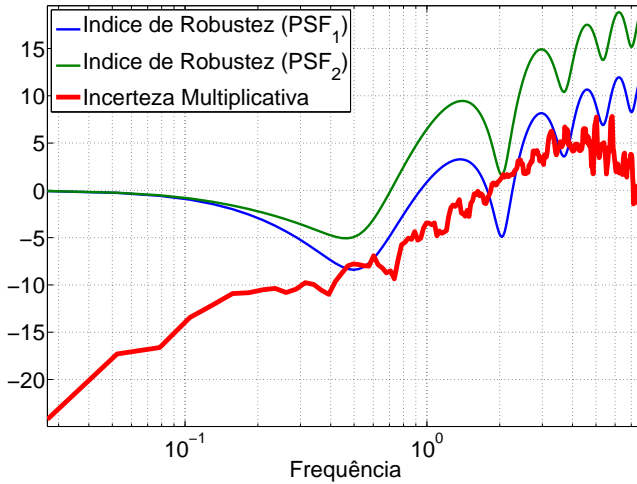
Com a resposta em frequência estimada, é possível calcular as incertezas multiplicativas do sistema  $|\delta P(e^{j\omega T_s})|$  e assim poder projetar um novo filtro por meio do algoritmo da bisseção que seja capaz de assegurar o comportamento robusto. O novo filtro para este estudo de caso, obtido com emprego do método da bisseção, é dado pela seguinte função de transferência:

$$F_r(z) = \frac{0,5933z^2 - 0,9065z + 0,3294}{z^2 - 1,745z + 0,7612}. \quad (4.20)$$

A condição de estabilidade robusta (equação (2.40)) é apresentada na figura 32, onde é possível comparar o desempenho dos dois filtros utilizados. No caso da sintonia automática, representado por  $PSF_2$ , a distância entre as curvas é maior ou igual a 3 dB, o que não é respeitado com a sintonia fixa representada por  $PSF_1$ .

Na figura 33 é possível comparar o comportamento em malha fechada do sistema com uma entrada tipo degrau unitário considerando os dois filtros. No teste, é inserida uma perturbação na entrada (magnitude 5, aos 159 minutos de simulação) e na saída (magnitude 0,2, aos 282 minutos de simulação). A tendência de melhora da sintonia au-

Figura 32 – Condição de estabilidade robusta.



Fonte: Elaborado pelo autor.

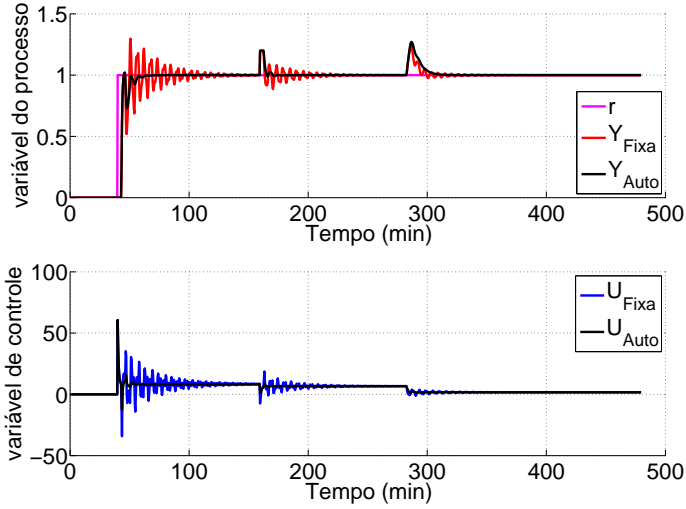
tomatizada (representada em linha preta) é evidenciada pela redução nas oscilações presentes na sintonia original (linha vermelha).

#### 4.2 SINTONIA AUTOMATIZADA DO FILTRO PREDITOR DA ESTRUTURA DO PSF PARA O CASO MIMO

Uma vez estudada a vantagem de ter uma sintonia automática do filtro predictor proposta por Lima e Santos (2015), nesta seção pretende-se estender a abordagem para o caso multivariável, visando aprimorar o comportamento de rejeição de perturbação e ao mesmo tempo garantir estabilidade robusta.

Para o caso MIMO, além da extensão da sintonia automática do filtro, propõe-se utilizar um controlador primário que leve em consideração as interações presentes num sistema MIMO utilizando as ideias de desacoplamento inverso apresentadas na subseção 2.5.3.

Figura 33 – Comparativo entre a sintonia fixa e a auto-ajustável.



Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.2.1 Robustez do PSF MIMO

A abordagem de sintonia automatizada do filtro de robustez da estrutura PSF, será desenvolvida tomando como base as estimativas das incertezas aditivas, isto é,

$$\mathbf{P}(z) = \mathbf{P}_n(z) + \Delta\mathbf{P}(z), \quad (4.21)$$

onde  $\mathbf{P}(z)$  representa a planta real,  $\mathbf{P}_n(z)$  o modelo nominal e  $\Delta\mathbf{P}(z)$  as incertezas. Em geral  $\Delta\mathbf{P}(z)$ , pode ser escrita como

$$\Delta\mathbf{P}(z) = \mathbf{W}_2(z)\Delta(z)\mathbf{W}_1(z), \quad \bar{\sigma}(\Delta(z)) \leq 1 \quad \forall \omega \in [0, \pi/T_s] \quad (4.22)$$

(ou equivalentemente  $\|\Delta(z)\|_\infty \leq 1$ ) onde, neste caso,  $\Delta(z)$  é uma matriz cheia,  $\bar{\sigma}(\mathbf{X})$  denota o valor singular máximo de  $\mathbf{X}$ , e  $\mathbf{W}_1(z)$  e  $\mathbf{W}_2(z)$  são duas matrizes de transferência estáveis que caracterizam a estrutura frequencial e espacial da incerteza (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2001).

A análise de robustez é baseada no diagrama de blocos apresentado na figura 34, o qual pode ser transformado num novo diagrama

para a análise da estabilidade de malha fechada, como pode ser visto na figura 35, onde  $\mathbf{M}(z)$  é a planta equivalente para a análise de robustez com  $\mathbf{R}(z) = \mathbf{Q}(z) = \mathbf{N}_1(z) = \mathbf{N}_2(z) = 0$ .

$$\mathbf{M}(z) = \mathbf{W}_1(z)\mathbf{M}_0(z)\mathbf{F}_r(z)\mathbf{W}_2(z), \quad (4.23)$$

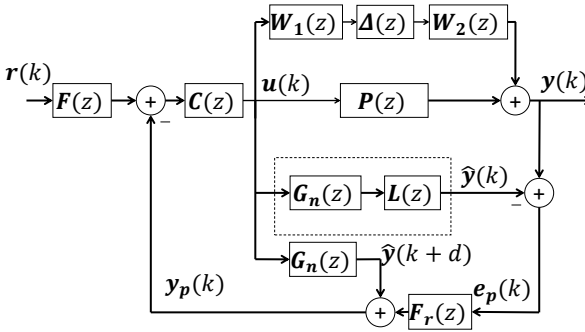
onde  $\mathbf{M}_0(z) = \mathbf{C}(z)[\mathbf{I} + \mathbf{G}_n(z)\mathbf{C}(z)]^{-1}$ . Note que  $\mathbf{M}_0(z)$  é estável se  $\mathbf{C}(z)$  estabiliza  $\mathbf{G}_n(z)$ . A condição de estabilidade robusta sob perturbações bloco diagonais é dada por (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2001)

$$\bar{\sigma}(\Delta(e^{j\omega T_s})) < \frac{1}{\bar{\sigma}(\mathbf{M}(e^{j\omega T_s}))}, \quad (4.24)$$

ou simplesmente

$$\bar{\sigma}(\mathbf{M}(e^{j\omega T_s})) < 1, \forall \omega \in [0, \pi/T_s]. \quad (4.25)$$

Figura 34 – PSF com incertezas aditivas.

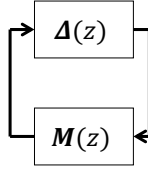


Fonte: Elaborado pelo autor.

Como o efeito de  $\mathbf{F}_r(z)$  aparece implicitamente em  $\mathbf{M}(z)$ , é interessante decompor  $\mathbf{M}(z)$  em pequenas partes, para remarcar a importância de  $\mathbf{F}_r(z)$ . Agora, utilizando a desigualdade  $\bar{\sigma}(\mathbf{X}\mathbf{Y}) \leq \bar{\sigma}(\mathbf{X})\bar{\sigma}(\mathbf{Y})$ , é possível escrever

$$\bar{\sigma}(\mathbf{M}) \leq \bar{\sigma}(\mathbf{M}_0) \bar{\sigma}(\mathbf{F}_r) \bar{\sigma}(\mathbf{W}_1) \bar{\sigma}(\mathbf{W}_2). \quad (4.26)$$

Figura 35 – Estrutura geral de robustez  $\Delta - M$ .



Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim, a robustez do PSF MIMO é definida por  $\bar{\sigma}(\mathbf{F}_r)$ . É importante observar que  $\mathbf{F}_r(z)$  é um filtro diagonal e que os valores singulares máximos são dados pelas magnitudes de cada um dos filtros SISO que compõem a diagonal da matriz  $\mathbf{F}_r(z)$ . Consequentemente, os valores de  $T_{0_i}$  são usados para garantir o compromisso entre robustez e velocidade na rejeição de perturbações.

#### 4.2.2 Estimação das incertezas no sistema MIMO

Do mesmo jeito que foi feito para o caso SISO, é necessário inicialmente determinar o comportamento frequencial do processo,  $P_{ij}(e^{j\omega T_s})$ , para depois poder fazer a estimativa das incertezas aditivas do sistema. Assim, utilizando a mesma metodologia do caso SISO, cada malha de controle do sistema MIMO deve ser aberta para poder inserir um sinal persistentemente excitante (PRBS), neste caso que permita realizar a estimação em frequência do processo, como é mostrado na equação (4.27), utilizando a FFT nos sinais de entrada e saída do sistema.

$$P_{ij}(e^{j\omega T_s}) = \frac{Y_i(e^{j\omega T_s})}{U_j(e^{j\omega T_s})}, \quad (4.27)$$

Em (4.27), que  $Y_i(e^{j\omega T_s})$  e  $U_j(e^{j\omega T_s})$  são as transformadas de Fourier de  $\mathbf{y}(t)$  e  $\mathbf{u}(t)$ , respectivamente.

Para o caso MIMO é de fundamental importância que seja empregado o mecanismo de identificação em malha aberta, dado que o uso direto dos sinais de malha fechada impossibilitaria a separação dos efeitos cruzados presentes no sistema MIMO.

Para poder realizar a estimativa do processo MIMO no domínio da frequência é necessário levar em consideração algumas recomendações. Primeiro, no caso SISO se trabalhava com duas faixas que

determinavam o curso máximo da variável de processo durante o processo de identificação; agora no caso MIMO, como se está trabalhando com sistemas multivariáveis, vão ser necessárias  $2n$  faixas, onde  $n$  é o número de saídas do processo MIMO. A segunda recomendação é que é necessário realizar o ensaio com uma malha de cada vez. Por exemplo, em um sistema MIMO  $2 \times 2$ , se espera até que o controlador primário consiga manter ambas as variáveis no ponto de operação (dentro das respectivas faixas mínimas) por um tempo específico, logo as duas malhas de controle devem ser abertas e deve-se inserir o sinal de PRBS na primeira malha, armazenando os vetores do sinal de entrada  $u_1(t)$  e dos sinais de saída  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$ . Uma vez finalizado o experimento no primeiro laço, retorna-se para o controle de malha fechada e aguarda-se o tempo necessário para que o controlador consiga novamente levar as variáveis até o ponto de operação. Logo depois, abrem-se novamente ambas malhas e é inserindo o sinal de PRBS na segunda variável manipulada, armazenando os vetores do sinal de entrada  $u_2(t)$  e dos sinais de saída  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$ . É importante lembrar que se alguma variável sai de suas respectivas faixas máximas, o experimento de estimação é abortado e se retorna para a operação de malha fechada.

Uma vez que tenham sido obtidos os sinais em frequência para cada variável, é possível realizar a estimação das incertezas aditivas através da aplicação de (4.28) para cada par entrada-saída:

$$|\Delta P_{ij}(e^{j\omega T_s})| = \left| \frac{Y_i(e^{j\omega T_s})}{U_j(e^{j\omega T_s})} - P_{nij}(e^{j\omega T_s}) \right|. \quad (4.28)$$

Finalmente, das equações (4.25) e (4.26), é possível escrever  $\bar{\sigma}(\mathbf{M}_0) \bar{\sigma}(\mathbf{F}_r) \bar{\sigma}(\mathbf{W}_1) \bar{\sigma}(\mathbf{W}_2) < 1$ . Como esses termos são escalares é possível isolar  $\bar{\sigma}(\mathbf{F}_r)$  e definir a condição imposta pelo filtro preditor no intuito de garantir a robustez da malha de controle, dada por

$$\bar{\sigma}(\mathbf{F}_r) < \frac{1}{\bar{\sigma}(\mathbf{M}_0) \bar{\sigma}(\mathbf{W}_1) \bar{\sigma}(\mathbf{W}_2)}. \quad (4.29)$$

Como  $\mathbf{F}_r(z)$  é diagonal, os valores singulares são a magnitude dos elementos da diagonal, i.e.

$$\sigma_i(\mathbf{F}_r(e^{j\omega T_s})) = |F_{r_i}(e^{j\omega T_s})|, \forall \omega \in [0, \pi/T_s]. \quad (4.30)$$

Assim, as características de robustez do controlador são definidas pela forma das funções escalares  $F_{r_i}(e^{j\omega T_s})$  a qual é definida utilizando o parâmetro livre  $T_{0_i}$ . Quando  $T_{0_i}$  aumenta, a robustez aumenta mas ao



mesmo tempo, como esse termo são os pólos do filtro os quais afetam a relação da matriz de transferência de malha fechada para a perturbação de carga  $\mathbf{H}_{yq}(z)$ , implica que a resposta de rejeição a perturbação é deteriora. Esse compromisso entre robustez e desempenho deve ser resolvido para cada caso ajustando a estrutura de controle (FLESCH et al., 2011).

A sintonia automatizada do filtro para o caso MIMO também é feita com o algoritmo da bisseção apresentado na figura 36. Como o filtro é uma matriz diagonal, deve ser verificado que cada elemento da matriz cumpra com o critério de robustez da malha de controle. Do mesmo modo que no caso SISO, o intervalo para o algoritmo da bisseção é feita com base aos atrasos efetivos por saída  $\theta_i$  da abordagem do *output DTC* para o caso contínuo, no qual o extremo  $\theta_i/100$  não respeita a condição de estabilidade robusta, enquanto o extremo  $100\theta_i$  respeita.

Figura 36 – Algoritmo da bisseção para o caso MIMO.

```

 $a_i \leftarrow \theta_i/100$  {Valor que não respeita a equação (4.29)}
 $b_i \leftarrow 100\theta_i$  {Valor que respeita a equação (4.29)}
Obter:  $\beta_{a_i}$  com  $T_{0_i} = a_i$ 
Obter:  $\beta_{b_i}$  com  $T_{0_i} = b_i$ 
Obter:  $\mathbf{F}_{ra}(s)$  com  $T_{0_i} = a_i$  e  $\beta_{a_i}$ 
Obter:  $\mathbf{F}_{rb}(s)$  com  $T_{0_i} = b_i$  e  $\beta_{b_i}$ 
Verificar:  $\mathbf{F}_{ra}(s)$  não respeita equação (4.29)
Verificar:  $\mathbf{F}_{rb}(s)$  respeita equação (4.29)
while  $(b_i - a_i) \geq \theta_i/10^6$  do
     $c_i \leftarrow (a_i + b_i)/2$ 
    Obter:  $\beta_{c_i}$  com  $T_{0_i} = c_i$ 
    Obter:  $\mathbf{F}_{rc}(s)$  com  $T_{0_i} = c_i$  e  $\beta_{c_i}$ 
    if  $\mathbf{F}_{rc}(s)$  respeita equação (4.29) then
         $b_i \leftarrow c_i$ 
    else
         $a_i \leftarrow c_i$ 
    end if
end while
Obter:  $\beta_{b_i}$  e  $T_{0_i} = b_i$ 
Obter:  $\mathbf{F}_{rb}(s)$  com  $T_{0_i} = b_i$  e  $\beta_{b_i}$ 

```

Fonte: elaborado pelo autor.

### 4.2.3 Estudo de caso - Controle multivariável de uma estufa usando o PSF

A constante demanda pela alta eficiência nos sistemas de controle de uma estufa motivam o interesse por alcançar condições climáticas ótimas para o adequado crescimento das plantas. O projeto de controle de uma estufa pode ser complexo por causa do forte acoplamento entre suas duas variáveis de controle principais (temperatura e umidade), pelos diferentes atrasos presentes no laço de controle e pela alta interação não linear entre os subsistemas físicos e biológicos. Nesse contexto, a ideia principal neste estudo de caso é melhorar o comportamento robusto do preditor de Smith filtrado num modelo climático equivalente de uma estufa com múltiplos atrasos em função do grau de incerteza associado ao modelo do processo a ser controlado. O estudo de caso é utilizado para ilustrar as vantagens de ter uma sintonia automatizada do filtro preditor, o que permite acelerar as dinâmicas de rejeição de perturbação e assegurar em todo momento a estabilidade robusta do sistema.

Uma estufa se define como um cultivo protegido no qual se modifica o ambiente natural a fim de proporcionar às plantas um ótimo entorno para seu crescimento (JENSEN; MALTER, 1995). Além de serem uma importante alternativa para enfrentar a alteração do clima, as estufas ajudam a reduzir a dependência externa de combustíveis fósseis, já que grande parte de sua energia vem de fontes renováveis (AZAZA et al., 2014).

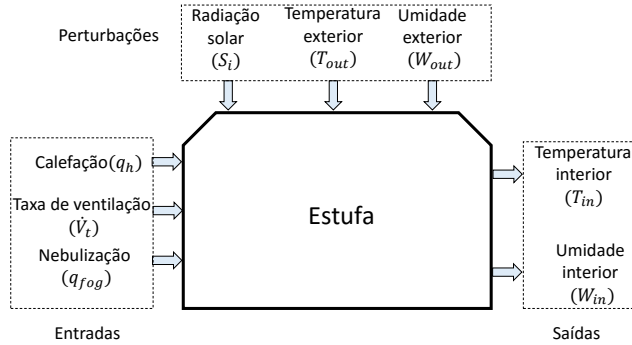
Do ponto de vista de controle, uma estufa consiste em dois subsistemas fortemente acoplados: o clima e o cultivo. O clima dentro da estufa é um sistema MIMO não linear, caracterizado pelo alto acoplamento com altas variações dos parâmetros devido ao crescimento das plantas e altamente influenciado por perturbações externas (temperatura e umidade exterior, velocidade do vento, radiação solar, entre outras). As principais variáveis de processo de uma estufa são a umidade (umidade absoluta, umidade relativa, taxa de umidade ou déficit de pressão de vapor), temperatura e concentração de dióxido de carbono (GURBAN; ANDREESCU, 2012).

Além das características de acoplamento, é importante considerar os diferentes atrasos que podem ocorrer na dinâmica da estufa. Esses atrasos podem ser gerados pela localização e pela disposição dos transdutores no interior e exterior da estufa e pelo tempo que os atuadores levam para afetar as variáveis de processo.

O modelo desenvolvido em (ALBRIGHT et al., 2001) é um dos mo-

delos dinâmicos do clima de uma estufa mais utilizados na literatura de controle e pode ser resumido pelo diagrama da figura 37. Esse modelo simplificado, baseado no balanço de massa e energia no interior da estufa, contém duas equações diferenciais não lineares que descrevem o calor latente e sensível, e o equilíbrio de vapor de água, que são as variáveis controladas. Nesse modelo somente são consideradas como perturbações a temperatura, a umidade exterior e a radiação solar (GURBAN; ANDREESCU, 2012).

Figura 37 – Modelo dinâmico do clima dentro da estufa.



Fonte: Elaborado pelo autor.

As equações diferenciais que governam o calor sensível e o balanço de vapor de água no interior do volume da estufa são dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{dT_{in}(t)}{dt} = & \frac{1}{\rho C_p V} [q_h(t) + S_i(t) - \gamma q_{fog}(t)] \\ & - \frac{\dot{V}_i(t)}{V} [T_{in}(t) - T_{out}(t)] \\ & - \frac{UA}{\rho C_p V} [T_{in}(t) - T_{out}(t)], \end{aligned} \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} \frac{dW_{in}(t)}{dt} = & \frac{1}{\rho V} q_{fog}(t) + \frac{1}{\rho V} E(S_i(t), W_{in}(t)) \\ & - \frac{\dot{V}_i(t)}{\rho V} [W_{in}(t) - W_{out}(t)], \end{aligned} \quad (4.32)$$

onde  $T_{in}(t)$  é a temperatura do ar interior ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $T_{out}(t)$  é a temperatura do ar exterior ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $\rho$  é a densidade do ar ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ),  $C_p$  é o calor específico do ar ( $\text{J}/(\text{kgK})$ ),  $V$  é o volume da estufa ( $\text{m}^3$ ),  $q_h$  é o calor proporcionado pelo sistema de calefação da estufa ( $\text{W}$ ),  $S_i$  é a energia radiante solar interceptada ( $\text{W}/\text{m}^2$ ),  $\gamma$  é o calor latente de vaporização ( $\text{J}/\text{g}$ ),  $q_{fog}$  é a vazão mássica de água do sistema de nebulização (massa de vapor de água por segundo, em  $\text{g}/\text{s}$ ),  $\dot{V}_t$  é a taxa de ventilação ( $\text{m}^3/\text{s}$ ),  $U$  é o coeficiente de transferência de calor global ( $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$ ),  $A$  é a superfície de transferência de calor ( $\text{m}^2$ ),  $W_{in}$  e  $W_{out}$  são as taxas de massa de umidade no interior e exterior da estufa (vapor de água do ar seco, em  $\text{g}/\text{m}^3$ ), respectivamente, e  $E(S_i(t), W_{in}(t))$  é a taxa de evapotranspiração das plantas ( $\text{g}/\text{s}$ ).

O modelo climático da estufa descrito pelas equações (4.31) e (4.32) pode ser usado como um modelo multi-estações. Para este estudo de caso, só serão consideradas operações no verão. Assim, o sistema de calefação da estufa não será usado, i.e.  $q_h = 0 \text{ W}$ . Desse modo, as duas variáveis manipuladas são a taxa de ventilação do ar,  $\dot{V}_t$ , e a vazão mássica de água do sistema de nebulização,  $q_{fog}$ . A relação simplificada para a taxa de evapotranspiração das plantas,  $E(S_i(t), W_{in}(t))$  (PASGIANOS et al., 2003), principalmente depende da radiação solar interceptada  $S_i$  e da proporção de umidade interior,  $W_{in}$ , expressa como:

$$E(S_i(t), W_{in}(t)) = \alpha \frac{S_i(t)}{\gamma} - \beta_T W_{in}(t), \quad (4.33)$$

onde,  $\alpha$  é o coeficiente para explicar sombreamento e índice de área foliar ( $\alpha = 0,1249$  neste caso), e  $\beta_T$  é o coeficiente para levar em conta as constantes termodinâmicas e outros fatores que afetam a evapotranspiração (neste caso específico,  $\beta_T = 0$ ).

Igualando as derivadas das equações (4.31) e (4.32) a zero e considerando condições ambientais constantes ( $\overline{S_i}$ ,  $\overline{T_{out}}$ ,  $\overline{W_{out}}$ ,  $\overline{V_t}$ ,  $\overline{q_{fog}}$ ), é possível determinar o ponto de equilíbrio, representado por:

$$T_{in0} = \frac{1}{\rho C_p \overline{V_t} + UA} [\overline{S_i} - \gamma \overline{q_{fog}}] + \overline{T_{out}}, \quad (4.34)$$

$$W_{in0} = \frac{1}{\overline{V_t} + \beta_T} \left[ \overline{q_{fog}} + \alpha \frac{\overline{S_i}}{\gamma} + \overline{V_t} \overline{W_{out}} \right]. \quad (4.35)$$

Para realizar as simulações, são considerados para cada uma das variáveis da estufa os valores apresentados na Tabela 5.

As dinâmicas e alocação dos sensores e dos atuadores dentro da

Tabela 5 – Valores das variáveis da estufa

Variável	Valor	Variável	Valor
$V$	4000 m <sup>3</sup>	$C_p$	1006 J/(kgK)
$UA$	25000 W/K	$\dot{V}_t$	10 m <sup>3</sup> /s
$\rho$	1,2 kg/m <sup>3</sup>	$\gamma$	2257 J/g
$q_{fog}$	18 g/s	$q_{fogMAX}$	150 g/s
$S_i$	300 W/m <sup>2</sup>	$T_{out}$	25 °C
$W_{out}$	4 g/m <sup>3</sup>	$\dot{V}_{tMAX}$	23 m <sup>3</sup> /s

estufa produzem diferentes atrasos na malha de controle climático. Os atrasos são causados por exemplo pelo tempo necessário que leva o sensor em começar a perceber a mudança de variável por causa do grande volume da estufa, assim para obter uma medição mais uniforme pode-se dispor de uma rede de sensores alocados em diferentes pontos da estufa a fim de ter uma medição mais acertada e mais rápida. Também é importante notar que o tempo que transcorre entre a aplicação de energia aos atuadores e o início do reflexo sobre as variáveis internas da estufa é outra fonte geradora de atrasos. Todos esses atrasos são considerados como  $L_{qT} = 100$  s (atraso entre  $q_{fog}$  e  $T_{in}$ ),  $L_{qW} = 180$  s (atraso entre  $q_{fog}$  e  $W_{in}$ ),  $L_{vT} = 90$  s (atraso entre  $\dot{V}_t$  e  $T_{in}$ ), e  $L_{vW} = 220$  s (atraso entre  $\dot{V}_t$  e  $W_{in}$ ).

Todos os resultados de simulação apresentados nesta subseção consideram o modelo fenomenológico não linear derivado das equações (4.34) e (4.35) como a representação da planta,  $\mathbf{P}(z)$ , e sua linearização é o modelo nominal,  $\mathbf{P}_n(z)$ . Para realizar o teste de simulação da estufa, a condição inicial para a temperatura interior é imposta como  $T_{in} = 32$  °C e a massa de umidade no interior é definida como  $W_{in} = 7,4601$  g/m<sup>3</sup>.

O modelo de matriz de transferência a partir de uma identificação experimental usando o modelo não linear em torno do ponto de operação apresenta a seguinte estrutura

$$\mathbf{P}_n(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0,1806}{150s + 1} e^{-89.5s} & \frac{-0,05705}{140s + 1} e^{-101s} \\ \frac{-0,8357}{580s + 1} e^{-220s} & \frac{0,134}{610s + 1} e^{-180s} \end{bmatrix}. \quad (4.36)$$

Assim, a representação discreta da matriz de transferência da equação (4.36) com um sustentador de ordem zero e um período de

amostragem de  $T_s = 10$  s é dada por (4.37).

$$\mathbf{P}_n(z) = \begin{bmatrix} \frac{-0,0006z - 0,01105}{z - 0,9355} z^{-9} & \frac{-0,0035z - 0,00038}{z - 0,9311} z^{-11} \\ \frac{-0,01429}{z - 0,9829} z^{-22} & \frac{0,002179}{z - 0,9837} z^{-18} \end{bmatrix}. \quad (4.37)$$

Os atrasos mínimos de cada linha são 90 s (9 amostras) e 180 s (18 amostras), respectivamente. A sintonia do controlador primário é feita com base no primeiro caso apresentado na Tabela 4 por desacoplamento inverso com uma configuração 1-2. Deve-se notar que o processo nominal cumpre com as condições de realizabilidade para o cálculo do controlador.

Com base nas escolhas realizadas anteriormente, o cálculo dos elementos da matriz de transferência de controle,  $\mathbf{C}(s)$ , da equação (2.64) pode ser simplificado, tendo cada elemento o formato:

$$c_{d_{ij}}(s) = \frac{\tau_{ij}s + 1}{\lambda_j K_{ij}s}, \quad (4.38)$$

$$c_{o_{ij}}(s) = -\frac{\lambda_i K_{ij}s}{\tau_{ij}s + 1} e^{-\theta_o s}, \quad (4.39)$$

onde  $K_{ij}$  é o ganho estático da planta,  $\tau_{ij}$  é a constante de tempo,  $\theta_o = \theta_{ij} - \theta_i$  é o atraso efetivo de cada saída  $i$  no tempo contínuo, onde  $\theta_i$  é o atraso mínimo da  $i$ -ésima linha da matriz  $\mathbf{P}_n(s)$ .

A matriz de transferência do controlador é calculada usando as equações (4.38) e (4.39) para o modelo do processo da equação (4.36) com as constantes de tempo de malha fechada definidas como  $\lambda_1 = 100$  s,  $\lambda_2 = 300$  s e é levada ao domínio discreto usando uma representação de aproximação bilinear, resultando em

$$\mathbf{C}(z) = \begin{bmatrix} \frac{-8,583z + 8,029}{z - 1} & \frac{-0,0393z + 0,0393}{z - 0,931} z^{-2} \\ \frac{-0,4286z + 0,4286}{z - 0,9829} z^{-4} & \frac{15,17z - 14,93}{z - 1} \end{bmatrix}. \quad (4.40)$$

O filtro preditor  $\mathbf{F}_r(z)$  é sintonizado como discutido em (NORMEY-RICO et al., 2014b), com  $T_{r_{ij}} = \lambda_i$ , mas com  $T_{0_{ij}} = 6\theta_i$  ao invés de usar  $T_{0_{ij}} = \theta_i/2$ , com o fim de projetar um filtro exageradamente robusto.

A representação final do filtro é dada por

$$\mathbf{F}_r(z) = \begin{bmatrix} \frac{-0,1411z^2 + 0,2724z - 0,1309}{z^2 - 1,963z + 0,9634} & 0 \\ 0 & \frac{0,6319z^2 - 1,233z + 0,6011}{z^2 - 1,963z + 0,9634} \end{bmatrix}. \quad (4.41)$$

Os resultados da simulação são apresentados na figura 38, no qual é inserido na referência da temperatura um degrau descendente de 2 °C, em  $t = 10000$  s, e na referência da umidade, um degrau de 5 g/m<sup>3</sup>, em  $t = 20000$  s. O sistema tem uma faixa máxima de  $\pm 2$  e uma faixa mínima  $\pm 1,5$  sobre a referência (°C para temperatura e g/m<sup>3</sup> para umidade). Quando o sistema alcança as referências nas duas variáveis e se mantém dentro das faixas mínimas, a malha de controle é aberta e se introduz o sinal de PRBS para realizar a identificação em frequência do sistema (relembrando que o procedimento é realizado em uma variável manipulada por vez para simplificar a análise dos resultados). Uma vez que o sinal PRBS é introduzido, as variáveis começam a oscilar dentro de suas respectivas faixas máximas pelo tempo que durar o experimento. Se a variável sair da faixa máxima, a identificação é abortada e se retorna para a operação em malha fechada até que a condição de assentamento seja novamente detectada.

Na figura 38, o sinal PRBS é introduzido por 2048 amostras em cada variável manipulada. Assim, o sinal PRBS é inserido em  $t = 26320$  s sobre a taxa de ventilação e em  $t = 47000$  s sobre o sistema de nebulização, como pode ser observado na figura 39.

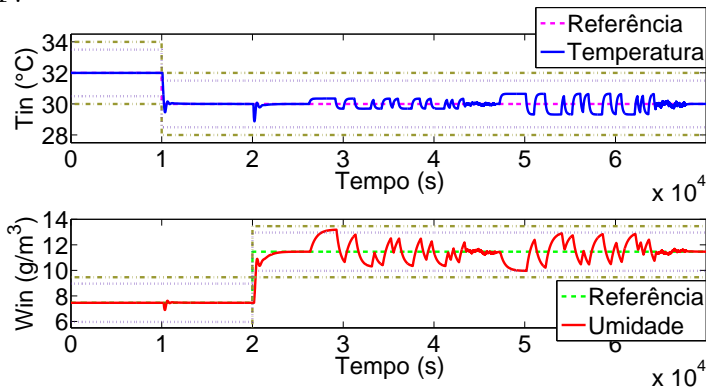
A figura 40 mostra a comparação entre o modelo nominal identificado a partir do balanço de massa e energia,  $P_{nij}(e^{j\omega})$ , em linha tracejada, e o modelo estimado pela FFT,  $P_{ij}(e^{j\omega})$ , em linha cheia.

Do mesmo modo como feito no caso SISO, a fim de aprimorar os resultados da estimação, utiliza-se um filtro de média móvel com uma janela de 5 amostras, dando como resultado uma resposta no domínio da frequência com menos variações, como pode ser visto na figura 41.

Baseando-se nesse resultado, as duas matrizes estáveis de transferência que caracterizam a estrutura frequencial e espacial da incerteza são consideradas como:

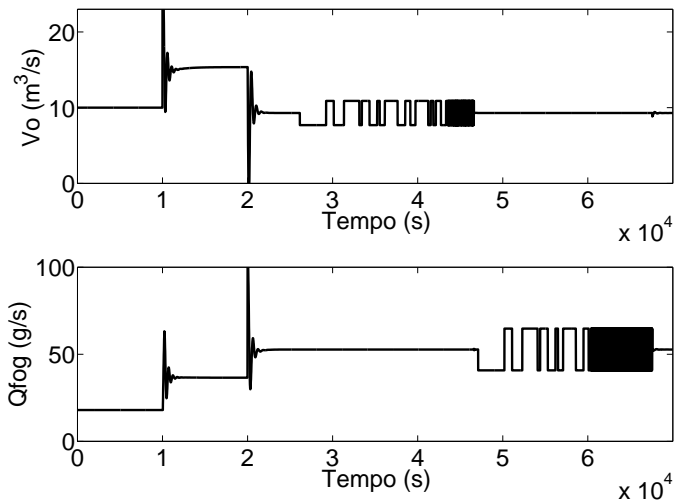
$$\mathbf{W}_1 = \Delta \mathbf{P}(e^{j\omega}) \quad \mathbf{W}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Figura 38 – Controle climático MIMO de uma estufa na estrutura do PSF.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 39 – Variáveis manipuladas da estufa.

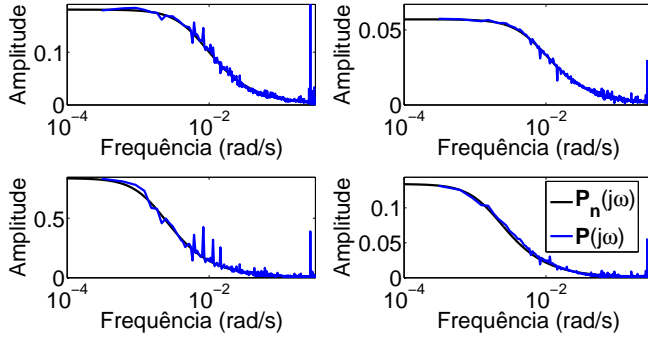


Fonte: Elaborado pelo autor.

O valor de  $1/(\bar{\sigma}(\mathbf{M}_0) \bar{\sigma}(\mathbf{W}_1) \bar{\sigma}(\mathbf{W}_2))$  é mostrado em linha cheia na figura 42. O filtro  $\mathbf{F}_r(z)$  (linha tracejada vermelha) é o filtro original sintonizado para garantir estabilidade, porém com uma resposta

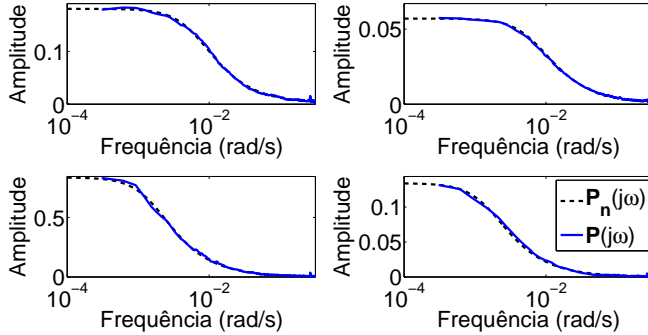


Figura 40 – Estimação em frequência.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 41 – Estimação em frequência filtrada.



Fonte: Elaborado pelo autor.

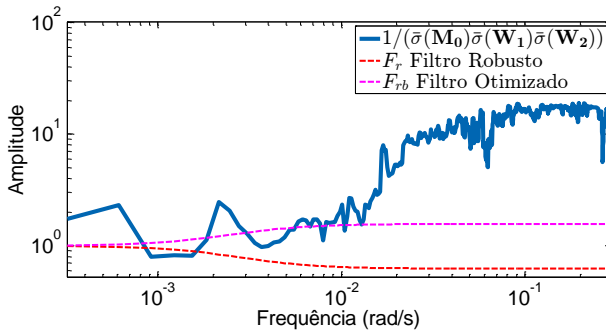
de rejeição de perturbação lenta. O filtro  $\mathbf{F}_{rb}(z)$  (linha tracejada roxa) é o novo filtro otimizado, encontrado com o emprego do algoritmo da bisseção. Esse novo filtro continua garantindo a estabilidade robusta com a característica de acelerar a rejeição de perturbação em comparação com  $\mathbf{F}_r(z)$ , o qual foi sintonizado exageradamente robusto devido ao desconhecimento inicial da qualidade do modelo que se dispunha. Como o filtro tem ganho estático unitário, só são consideradas as médias e altas frequências para o cálculo do novo filtro. Assim, através do algoritmo da bisseção se busca que o valor singular do filtro fique embaixo da linha azul a partir das frequências superiores a  $10^{-1,9}$  rad/s,

como forma de garantir a equação (4.29).

O novo filtro,  $\mathbf{F}_{rb}(z)$ , é dado por

$$\mathbf{F}_{rb}(z) = \begin{bmatrix} \frac{0,6244z^2 - 1,149z + 0,5284}{z^2 - 1,876z + 0,8799} & 0 \\ 0 & \frac{1,537z^2 - 2,993z + 1,457}{z^2 - 1,937z + 0,938} \end{bmatrix}. \quad (4.43)$$

Figura 42 – Análise de robustez da estufa.

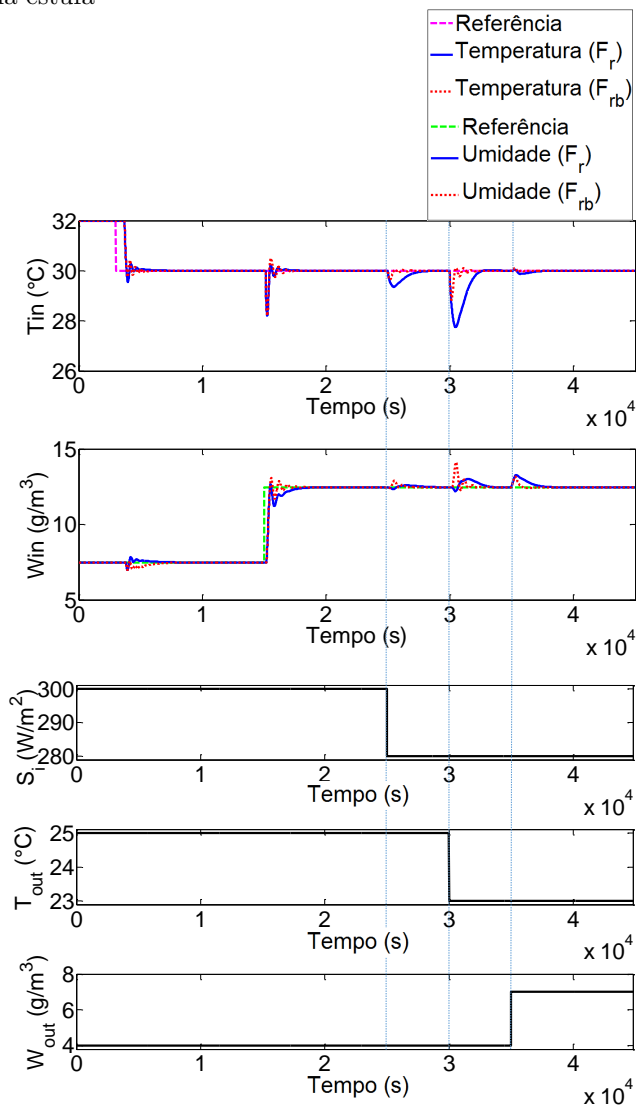


Fonte: Elaborado pelo autor.

Na figura 43 é possível comparar o comportamento de malha fechada do sistema considerando os dois filtros. Perturbações são inseridas no sistema da seguinte forma: em  $t = 25000$  s,  $S_i$  muda de  $300 \text{ W/m}^2$  para  $280 \text{ W/m}^2$ ; em  $t = 30000$  s,  $T_{out}$  muda de  $25^\circ\text{C}$  para  $23^\circ\text{C}$ ; em  $t = 35000$  s,  $W_{out}$  muda de  $(4 \text{ para } 7) \text{ g/m}^3$ . Pode-se apreciar que o novo filtro é muito mais agressivo na rejeição de perturbações, sem entretanto prejudicar a característica de estabilidade robusta do sistema.

Na Tabela 6, podem ser comparadas as medidas de desempenho do sistema controlado (ISE, do inglês *integral squared error*; IAE, do inglês *integral absolute error* e ITAE, do inglês *integral time-weighted absolute error*) entre o controle original com o filtro robusto e o controle com o filtro otimizado com a estrutura proposta neste trabalho no momento em que cada perturbação ingressa no sistema. Segundo essa informação, o controle com o filtro ótimo apresentado neste trabalho consegue minimizar as medidas de desempenho do sistema controlado

Figura 43 – Seguimento de referência e rejeição de perturbação dos dois filtros na estufa



Fonte: Elaborado pelo autor.

na maioria dos casos em que a perturbação é inserida no sistema.

Tabela 6 – Medidas de desempenho do sistema controlado

Critério de Erro	Perturbação	Controle Robusto		Controle Ótimo	
		$T_{in}$	$W_{in}$	$T_{in}$	$W_{in}$
<b>ISE</b>	$S_i$	35,67	5,47	3,11	8,49
	$T_{out}$	410,60	73,69	29,64	107,01
	$W_{out}$	0,34	56,45	0,28	17,51
<b>IAE</b>	$S_i$	80,31	40,86	15,28	27,70
	$T_{out}$	259,85	131,46	43,85	92,53
	$W_{out}$	8,11	102,81	3,74	40,47
<b>ITAE</b>	$S_i$	71924	76652	7401	23617
	$T_{out}$	218840	232130	18503	74800
	$W_{out}$	9275	96839	1692	24648

#### 4.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste último capítulo de desenvolvimento, mostrou-se como o projeto automatizado do filtro de robustez da abordagem do PSF consegue aprimorar a dinâmica de rejeição de perturbações levando em consideração as incertezas paramétricas a fim de manter a estabilidade robusta do sistema.

No capítulo, propôs-se estender a abordagem do filtro automatizado proposta em (LIMA; SANTOS, 2015) do caso SISO para o caso MIMO. Para isso, sugeriu-se um método de estimação de incertezas em malha aberta que pode ser aplicado tanto no caso SISO quanto no caso MIMO, dado que o método original não era aplicável ao caso MIMO. Apesar de ser proposta uma caracterização das incertezas de forma conservadora na definição das matrizes  $\mathbf{W}_1(z)$  e  $\mathbf{W}_2(z)$  para avaliação da robustez, a proposta mostrou ter um bom desempenho na rejeição de perturbações no caso MIMO. A avaliação do desempenho da técnica proposta foi realizada com emprego de métricas de desempenho em um estudo de caso de uma estufa para cultivo de plantas.

Os experimentos da abordagem da sintonia automatizada do filtro foram feitos em processos MIMO  $2 \times 2$  por simplicidade de análise de resultados. Todavia, a abordagem pode ser estendida para processos de dimensões maiores, mas por causa da estimação de incertezas ser realizada em malha aberta, conforme a dimensão do sistema aumentar, o tempo do experimento também aumentará, o que pode tornar a solução do problema pouco factível se a dimensão do processo for de-

masiado grande. Uma solução para contornar esse problema, é fazer uma estimação das incertezas em malha fechada, utilizando ferramentas tais como os mínimos quadrados recursivos (MQR), ou a aplicação de diferentes padrões em cada uma das entradas de forma simultânea, de modo que seja possível reduzir o tempo de estimação.



## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo final da dissertação são apresentadas as principais conclusões obtidas no trabalho, além de sugestões para trabalhos futuros.

### 5.1 CONCLUSÕES

Este trabalho aborda o estudo de técnicas para sintonia da estrutura do preditor de Smith filtrado para processos multivariáveis com múltiplos atrasos a fim de poder explorar novas alternativas que permitam aprimorar o comportamento do compensador de atrasos nesse tipo de sistemas. Esse tipo de processo tem sido objeto de estudo por diversos pesquisadores por mais de meio século e, ao longo desse tempo, foram desenvolvidas estratégias interessantes que permitem lidar com o problema do atraso nas malhas de controle de um sistema multivariável. Como foi visto ao longo do trabalho, o preditor de Smith filtrado apresenta boas características nos processos de controle MIMO e é uma alternativa importante que permite alcançar as especificações de um projeto de controle, tanto no contexto acadêmico quanto industrial.

Neste trabalho, foram analisados dois procedimentos de sintonia para o PSF MIMO, um deles focado no controlador primário e o outro aplicado no filtro de robustez.

No primeiro procedimento, tentou-se utilizar os conceitos e a teoria do desacoplamento de variáveis para sistemas MIMO a fim de propor uma estratégia de sintonia para o controlador primário que permitisse facilitar o projeto de controle que geralmente se torna complexo por causa dos atrasos existentes no modelo rápido da estrutura. Nesse intuito, foram exploradas as duas abordagens propostas em (SANTOS; FLESC; NORMEY-RICO, 2014) para a estrutura do preditor de Smith filtrado. As abordagens são conhecidas como *output DTC*, na qual o modelo nominal é representado sem os atrasos mínimos por saída, assegurando a característica de predição da saída do sistema, e o *full DTC*, na qual o modelo nominal é apresentado sem nenhum tipo de atraso, o que estende a característica do preditor de Smith original de ter um modelo rápido nominal livre de atrasos. Apesar de ambas as estratégias poderem ser empregadas para o controle de sistemas estáveis e instáveis com múltiplos atrasos, nenhuma é capaz de estender todas as três características do PS para o caso MIMO.

Foram projetados desacopladores para ambas as estruturas para estudar se era possível reduzir a complexidade de projeto do controlador primário. No caso do *output DTC*, o projeto do desacoplador funciona bem se os atrasos mínimos estão na diagonal principal, visto que o desacoplador é realizável e consegue-se garantir que uma vez desacoplado o modelo rápido, o mesmo desacoplador assegura o desacoplamento do modelo completo, melhorando assim a resposta transitória através da eliminação do efeito das interações dos laços de controle vizinhos. Apesar dessa melhora, o projeto do controlador primário ainda deve ser feito considerando um modelo rápido que ainda continua apresentando atrasos. No caso do *full DTC*, o desacoplamento direto não resolve o problema, visto que desacoplar o modelo rápido e o modelo completo não implica que o sistema terá a mesma dinâmica em ambos canais para atingir a predição de saída do processo real. Portanto, nessa abordagem, para conseguir a característica de predição é necessário introduzir atrasos artificialmente no modelo rápido e, nesse caso, chega-se exatamente à abordagem *output DTC*, perdendo a principal vantagem do *full DTC*, que é um modelo rápido livre de atrasos.

O segundo procedimento tratado neste trabalho se centra na estabilidade robusta e na dinâmica de rejeição de perturbações proporcionadas pelo filtro preditor dentro da estrutura do PSF. Como discutido ao logo do texto, assumindo que o filtro é bem projetado para garantir estabilidade de malha fechada para o caso nominal, a dinâmica do filtro só afeta as dinâmicas de perturbação de carga (o que permite que a estrutura possa controlar sistemas integradores e instáveis, além de acelerar a rejeição de perturbação em relação ao comportamento de malha aberta no caso estável) e também faz com que o sistema se torne mais robusto na presença de erros de modelagem.

Sabe-se que por melhor que seja a qualidade da modelagem de um processo industrial, sempre haverá simplificações e essas simplificações são ainda mais evidentes se o modelo considerado for linear. Além disso, em muitas situações o processo real não tem comportamento invariante no tempo. Para contornar essas situações, a sintonia automática pode ser de grande valia. O procedimento de sintonia do filtro centrado em uma otimização baseada nas incertezas do sistema, como proposto neste trabalho, demonstrou ter um adequado comportamento, acelerando a rejeição de perturbações e mantendo em todo momento a garantia de estabilidade robusta do sistema. Também, deve ser mencionado que o método proposto não emprega um modelo estruturado, logo é capaz de estimar os erros de modelagem mesmo que eles não possam ser adequadamente representados através de funções



de transferência.

A extensão da abordagem do filtro automatizado para o caso multivariável claramente tem um maior grau de complexidade e, portanto, deve ser tratado adequadamente. A diferença em relação à abordagem original para o caso SISO, proposto em Lima e Santos (2015), é que a estimação do grau de incerteza do modelo nominal de um processo estável para sintonizar automaticamente o filtro é feita em malha aberta, dado que a estimação frequencial do sistema em malha fechada torna o problema muito mais difícil por causa de não ser possível determinar o comportamento de cada variável em relação ao ingresso de um sinal de excitação em todas as entradas do sistema. É importante notar que a abordagem feita em malha aberta foi inicialmente testada num sistema SISO, conseguindo em ambos os casos uma sintonia ótima do filtro de robustez. Além disso, a análise de robustez para o caso MIMO tem que ser feita com base na seleção das matrizes de transferência estáveis que caracterizam a estrutura frequencial e espacial da incerteza ( $\mathbf{W}_1(z)$  e  $\mathbf{W}_2(z)$ ). A determinação dessas matrizes não é feita de forma trivial, já que devem conter todas as possíveis variações da incerteza. No presente trabalho, para simplificar a escolha dessas matrizes, utiliza-se uma delas como a matriz identidade e a outra como o erro aditivo do sistema em cada frequência. Apesar de essa ser uma solução que pode ser conservativa, fazendo com que a rejeição de perturbações não seja acelerada ao máximo, em termos gerais funciona adequadamente na maioria dos processos MIMO estáveis, conseguindo um bom resultado tanto nas dinâmicas de rejeição de perturbação quanto no desempenho do sistema sempre que o processo nominal não seja inicialmente uma representação adequada do processo real.

Com relação à proposta da determinação das incertezas apresentadas neste trabalho, deve-se notar que o procedimento é feito em malha aberta e deve ser aplicado em uma variável de cada vez. Dessa forma, a estimação frequencial do processo pode ser demorada dependendo do número de variáveis do sistema MIMO. Além disso, tanto para o caso MIMO quanto para o caso SISO, a estimação pode ser prejudicada pelo ingresso de perturbações no momento da coleta de dados, dado a que a perturbação pode levar a variável para fora do ponto de operação, fazendo com que o algoritmo de estimação seja abortado, ou contaminar os dados que serão empregados para identificação das incertezas. Todos esses fatores devem ser levados em conta no momento da implementação do algoritmo.

De modo geral, pode-se afirmar que tanto o objetivo geral quanto os objetivos específicos do trabalho foram alcançados. Ambas as técni-

cas estudadas oferecem suporte ao projetista para sintonia do PSF e estão alinhadas com a realidade industrial. Do ponto de vista acadêmico, foi elaborado um artigo para periódico indexado, o qual foi aceito pelo *Jornal of Control, Automation and Electrical Systems* com título (*Multivariable Greenhouse Control Using the Filtered Smith Predictor*) (GIRALDO; FLESCHE; NORMEY-RICO, 2016).

## 5.2 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

O desenvolvimento realizado neste trabalho deixa claro para futuros trabalhos que a inserção de um desacoplador direto na dinâmica da estrutura do preditor de Smith filtrado não é a melhor alternativa para solucionar os problemas das duas abordagens (*output DTC* e *full DTC*). Apesar disso, novas pesquisas utilizando métodos diferentes do desacoplamento podem levar a um método efetivo no projeto do controlador primário.

Uma segunda sugestão para trabalhos futuros, é estudar técnicas de estimação em malha fechada para buscar alternativas que acelerem o processo de identificação, eliminando a necessidade de abrir a malha para obter uma correta estimação de todos os modelos em todas as faixas de frequência de interesse.

Um outro ponto interessante para ser tratado em trabalhos futuros é poder conseguir identificar na estrutura do preditor de Smith filtrado, para o caso em que a variável controlada não esteja se comportando de maneira adequada, se o problema está sendo causado por uma perturbação ou se esta sendo causado por um erro de modelagem excessivo. Caso se consiga determinar a causa da deterioração da variável controlada será possível usar um filtro mais conservador caso seja erro de modelagem ou usar um filtro mais agressivo caso seja perturbação, como forma de acelerar a rejeição. Parte da pesquisa desenvolvida durante o mestrado estudou técnicas para determinar essa diferença, analisando os sinais de erro de predição e de erro de controle e tentando utilizar correlações diretas e indiretas para determinar qual dos dois casos está acontecendo. Apesar do esforço empregado nessa atividade, a pesquisa não conseguiu evoluir nesse sentido, por isso fica aberta a ideia para próximos trabalhos.

## REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. **Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais**. Belo Horizonte: UFMG, 2000.
- ALBERTOS, P.; SALA, A. **Multivariable Control Systems: An Engineering Approach**. London: Springer, 2004.
- ALBRIGHT, L. et al. Environmental control for plants on Earth and in space. **IEEE Control System Magazine**, v. 21, n. 5, p. 28–47, 2001.
- ALEVISAKIS, G.; SEBORG, D. An extension of the Smith predictor method to multivariable linear systems containing time delays. **International Journal of Control**, v. 17, n. 3, p. 541–551, 1973.
- AZAZA, M. et al. Optimized micro-climate controller of a greenhouse powered by photovoltaic generator. In: **Renewable Energy Congress (IREC), 5th International**. Hammamet, Tunisia: IEEE, 2014. p. 1–5.
- BRISTOL, E. On a new measure of interaction for multivariable process control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 11, n. 1, p. 133–134, 1966.
- CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. **Model predictive control**. London: Springer, 2002.
- CHEN, P.; ZHANG., W. Improvement on an inverted decoupling technique for a class of stable linear multivariable processes. **ISA Transactions**, v. 46, n. 2, p. 199–210, 2007.
- DONG, J.; BROSILOW, C. B. Optimized micro-climate controller of a greenhouse powered by photovoltaic generator. In: **American Control Conference**. Albuquerque: IEEE, 1997. v. 5, p. 3380–3384.
- FLESCH, R. C. C. **Contribuições ao Controle de Sistemas Monovariáveis e Multivariáveis com atraso de transporte**. 227 f. Tese (Doutorado), Florianópolis, 2012.
- FLESCH, R. C. C.; SANTOS, T. L. M.; NORMEY-RICO, J. E. Unified approach for minimal output dead time compensation in mimo non-square processes. p. 2376–2381, Dec 2012. ISSN 0743-1546.

FLESCH, R. C. C. et al. Unified approach for minimal output dead time compensation in MIMO processes. **Journal of Process Control**, v. 21, n. 7, p. 1080–1091, 2011.

GARCÍA, P.; ALBERTOS, P. Dead-time-compensator for unstable MIMO systems with multiple time delays. **Journal of Process Control**, v. 20, n. 7, p. 877 – 884, 2010.

GARRIDO, J.; VÁZQUEZ, F.; MORILLA, F. An extended approach of inverted decoupling. **Journal of Process Control**, v. 21, n. 1, p. 55–68, 2011.

GARRIDO, J.; VÁZQUEZ, F.; MORILLA, F. Centralized inverted decoupling control. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 52, n. 23, p. 7854–7866, 2013.

GARRIDO, J. et al. Smith predictor with inverted decoupling for square multivariable time delay systems. **International Journal of Systems Science**, v. 47, n. 2, p. 374–388, 2016.

GIRALDO, S. A. C.; FLESCH, R. C. C.; NORMEY-RICO, J. E. Multivariable greenhouse control using the filtered smith predictor. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, p. 1–10, 2016.

GOODWIN, G. C.; GRAEBE, S. F.; SALGADO, M. E. **Control System Design**. New Jersey: Prentice-Hall, 2001.

GURBAN, E.; ANDREESCU, G. Comparison study of PID controller tuning for greenhouse climate with feedback-feedforward linearization and decoupling. In: **System Theory, Control and Computing (ICSTCC), 2012 16th International Conference on**. Sinaia: IEEE, 2012. p. 1–6.

JENSEN, M. H.; MALTER, A. J. Protected agriculture: A global review. **World Bank Technical Paper 253**, v. 23, n. 15, p. 157, 1995.

JEROME, N. F.; RAY, W. H. High-performance multivariable control strategies for systems having time delays. **AIChE Journal**, v. 32, n. 6, p. 914–931, 1986.

JURADO, J. G. **Diseño de sistemas de control multivariable por desacoplo con controladores PID**. 249 f. Tese (Doutorado), Madrid, 2012.

KRAVARIS, C.; WRIGHT, R. A. Deadtime compensation for nonlinear processes. **AIChE Journal**, v. 35, p. 1535–1542, 1989.

LANDAU, I.; ZITO, G. **Digital Control System**. Berlin: Springer, 2006.

LIMA, R. G. de; SANTOS, T. L. M. Sintonia automatizada do filtro de robustez para o controle de sistemas com atraso. In: **XII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI)**. Natal: SBA, 2015. p. 6.

LINDEN, R. **Algoritmos Genéticos**. Brasil: Brasport, 2008.

MIRKIN, L.; PLAMOR, Z.; SHNEIDERMAN, D. H2 optimization for systems with adobe input delays: A loop shifting approach. **Automatica**, v. 48, p. 1722–1728, 2012.

MORARI, M.; ZAFIRIOU, E. **Robust Process Control**. New Jersey: Prentice-Hall, 1989.

MORILLA, F.; GARRIDO, J.; VÁSQUEZ, F. Control multivariable por desacoplo. **Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial**, v. 10, n. 1, p. 3–17, 2013.

NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. Improving the robutness of dead-time compensating PI controllers. **Control Engineering Practice**, v. 5, n. 6, p. 801–810, 1997.

NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. Predicción para control: Una panorámica del control de procesos con retardo. **Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial**, v. 3, n. 4, p. 5–25, 2006.

NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. **Control of dead-time processes**. London: Springer, 2007.

NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. Dead-time compensators: a survey. **Control Engineering Practice**, v. 16, n. 4, p. 407–428, 2008.

NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. Unified approach for robust dead-time compensator design. **Journal of Process Control**, v. 19, n. 1, p. 38–47, 2009.

NORMEY-RICO, J. E. et al. An automatic tuning methodology for a unified dead-time compensator. **Control Engineering Practice**, v. 27, p. 11–22, 2014.

NORMEY-RICO, J. E. et al. An automatic tuning methodology for a unified dead-time compensator. **Control Engineering Practice**, v. 27, p. 11–22, 2014.

OGUNNAIKE, B.; RAY, W. H. Multivariable controller design for linear systems having multiple time delays. **AIChE Journal**, v. 25, n. 6, p. 1043–1060, 1979.

PALMOR, Z. J. Stability properties of Smith dead-time compensator controllers. **International Journal of Control**, v. 32, n. 6, p. 937–949, 1980.

PASGIANOS, G. et al. A nonlinear feedback technique for greenhouse environmental control. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 40, p. 153–177, 2003.

POP, C.; KEYSER, R. D.; IONESCU, C. A simplified control method for multivariable stable nonsquare systems with multiple time delays. In: **Control Automation (MED), 2011 19th Mediterranean Conference on**. Corfu: IEEE, 2011. p. 382–387.

PRETT, D. M.; MORARI, M. **The Shell process control workshop**. London: Butterworths, 1987.

SANTOS, T. L. M. **Contribuições para o Controle preditivo com compensação de atraso robusta**. 200 f. Tese (Doutorado), Florianópolis, 2011.

SANTOS, T. L. M.; FLESCHE, R. C. C.; NORMEY-RICO, J. E. On the filtered Smith predictor for MIMO processes with multiple time delays. **Journal of Process Control**, v. 24, n. 4, p. 383–400, 2014.

SESHAGIRI, R.; CHIDAMBARAM, M. Smith delay compensator for multivariable non-square system with multiple time delays. **Computers and Chemical Engineering**, v. 30, n. 8, p. 1243–1255, 2006.

SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. **Multivariable Feedback Control: Analysis and Design**, Chichester. England: John Wiley & sons, 2001.

SMITH, O. J. M. Closer control of loops with dead time. **Chemical Engineering Progress**, v. 53, n. 5, p. 217–219, 1957.

SMITH, O. J. M. A controller to overcome dead time. **ISA Journal**, v. 6, p. 28, 1959.

SOLIMAN, M. A.; RAY, W. H. Optimal feedback control for linear-quadratic systems having time delays. **International Journal of Control**, v. 15, p. 609, 1972.

TORRICO, B. C. **Contribuições ao Controle Preditivo Robusto de Sistemas com Atraso**. 145 f. Tese (Doutorado), Florianópolis, 2007.

VALCHOS, C.; WILLIAMS, D.; GOMM, J. Solution to the shell control problem using genetically tuned PID controllers. **Control Engineering Practice**, v. 10, p. 151–163, 2002.

WALLER, K. V. Decoupling in distillation. **AIChE Journal**, v. 20, n. 3, p. 592–594, 1974.

WALLER, M.; WALLER, J. B.; WALLER, K. V. Decoupling revisited. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 42, n. 20, p. 4575–4577, 2003.

WANG, Q. G.; ZOU, B.; ZHANG, Y. Decoupling Smith predictor design for multivariable systems with multiple time delays. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 78, n. 4, p. 565–572, 2000.

ZHONG, Q. **Robust control of time-delay system**. London: Springer, 2006.